

# Wittgenstein's Writings

Ms-124



**Ms-124**

Ludwig  
Wittgenstein

IIIr[1] Prof. L. Wittgenstein

Trinity College

Cambridge

1[1] 06.06.1941

**F**

einmal als

**F,**

einmal als sein Spiegelbild sehen. – Wenn mir ein vertrauenswürdigere Mensch sagt, daß seine Erfahrung ganz so ist, wie wenn er einmal *einen*, einmal einen *anderen* Gegenstand sieht, – kann ich das als Evidenz annehmen dafür, daß es sich hier um ein verschieden *Sehen* & nicht, etwa, um ein verschieden *Denken* handelt? Und warum kann ich das nicht? Wenn er intelligent ist, & die Sprache versteht, sollte er es doch wissen! Nun, was würde er ein ‘bloßes Deuten’ nennen? Etwa wenn er sagte: “Das sieht nicht wie ein

**F**

aus aber es soll eins sein.” Der andre Fall wäre: “Doch das ist ein

**F;**

nur ein bißchen anders geschrieben.”

- 1[2] Ich kann sein Zeugnis nicht annehmen, weil es kein *Zeugnis* ist.
- 1[3] "Geneigt sein zu sagen ..." vergleiche "Vouloir dire".
- 2[1] Kann "ich bin geneigt zu sagen: 'ich habe Schmerzen'" die Aussage "ich habe Schmerzen" ersetzen? – Warum nicht? *Das* ist kein Einwand: daß die Sätze von Verschiedenem handeln.
- 2[2] Bald hätte ich gesagt: "dieser Ersatz ließe sich auch in der alten Auffassung rechtfertigen"! Aber was ist die 'alte Auffassung'? Sie ist, glaube ich, durch ein *Bild* charakterisiert: Das des Sehens, des Anschauens eines Gegenstandes, der nicht unter den physikalischen Gegenständen, sondern wo anders seinen Platz hat. (Denn warum soll ich mir die Anwesenheit dieses Gegenstands vor meinem geistigen Auge nicht eben als den Reiz denken, der die Geneigtheit, das & und das zu sagen, ausmacht?)
- 3[2] Da ich aus Versehen zwei Seiten überblättert habe so will ich den Raum als Tagebuch benutzen. Ich hatte den Gedanken, noch jemals für mich über philosophische Probleme nachzudenken schon *ganz* aufgegeben. So war es ganz unerwartet, daß ich wieder, wenn noch so schwach, denken konnte. Und Gott weiß wie lange es dauern wird. – Ich habe viele Herzschmerzen gehabt. Und wäre ich stärker, könnte ich verdauen, was kommt, so wäre alles das zum Guten.
- VB  
3[3] Unsere größten Dummheiten können sehr weise sein.

- 3[4] & 4[1] Meine Nerven sind in schlechtem Zustand. Ich weiß nicht warum. Ich bin häufig, ohne Grund innerlich aufgeregt; zittere und vibriere gleichsam innerlich, daß ich mich fürchte, wenn dieser Zustand stärker wird ich könnte ganz außer mir geraten, oder meine Seele könnte sozusagen überschnappen. Wie ein Körper der auf einer seiner Flächen im Gleichgewicht ist, wenn er weit genug aus dieser Gleichgewichtslage herausgehoben wird, in eine *andere* fallen kann. Ich fürchte mich, wie schon so oft im Leben, vor Müdigkeit, vor Erschöpfung. Welchen Grund, allerdings, ich zur *Erschöpfung* haben soll, weiß ich nicht.
- 4[2] Unterschätze nie Deine Nebenbuhler! – ihren Verstand, ihr Talent, ihr Können!
- 4[3] 21.06.1941
- I've got to be able to *take* it. Wenn ich ein Waschlappen bin, kann ich mir nichts Gutes erwarten. – Willst Du Güte und Stärke in der Welt, warum willst Du sie nicht selber liefern?
- 5[1] Das Beispiel von dem 'Wissen, wie man zu antworten hat' zeigt nur, daß man bei der Beschreibung der Mathematik nicht von *Wissen & Mitteilung* reden muß.
- 5[3] 07.06.1941
- Der Gegenstand vor dem geistigen (innern) Sinnesorgan ist die Erklärung, Schein-Erklärung, der Äußerung. Das Scheingesims, das das Auge fordert, wenn es gleich nichts trägt.
- 5[4] & 5[2] Wir fordern oft eine Erklärung, weil wir die *Form der Erklärung* fordern; aber auch wenn sie nichts trägt.

5[5] & Aber bist Du nicht doch nur ein verkappter Behaviorist? Denn  
6[1] Du sagst, daß *nichts* hinter der Äußerung der Empfindung  
steht. Sagst Du nicht doch im Grunde, daß alles Fiktion ist,  
außer dem Benehmen? – Fiktion? So glaube ich also, daß wir  
nicht wirklich etwas empfinden, sondern nur Gesichter  
machen?! Aber Fiktion *ist* der Gegenstand hinter der Äuße-  
rung. Fiktion ist es, daß unsre Worte, um Bedeutung zu haben  
auf ein Etwas anspielen müssen, das ich, wenn nicht einem  
Andern, doch mir selbst zeigen kann. (*Grammatische Fiktion.*)

6[2] Der Satz “Hinter der Äußerung der Empfindung steht nichts”  
ist ein *grammatischer* – er sagt also nicht, daß wir nichts empfin-  
den.

6[3] Meine Kritik besteht darin, daß ich die gewöhnliche, primitive  
Auffassung der Funktion der Wörter im Sprachspiel als zu eng  
hinstelle.

7[1] Aber sagst Du nicht doch daß ‘Seele nur etwas am Körper’ sei?  
– Daß, wenn Du das Benehmen der Menschen (eines Stammes)  
beschrieben hast, Du *alles* beschrieben hast? – Aber der, der die  
Äußerung des Schmerzes *macht*, beschreibt doch *nicht* sein  
eigenes Benehmen!

7[2] Aber wenn nichts hinter der Äußerung steht, sagt das nicht  
doch, daß sie nicht etwas ausdrückt? Nein, denn, was sie aus-  
drückt, ist nicht, was wir uns geeinigt haben, *so* zu nennen.

RFM VII 08.06.1941

7[3] &

8[1]

Die Rolle der Sätze, die von den Maßen handeln & nicht ‘Erfah-  
rungssätze’ sind. – Jemand sagt mir: ‘Diese Strecke ist 240 Zoll

lang'. Ich sage: 'Das sind 20 Fuß, also ungefähr 7 Schritte & habe nun einen Begriff von der Länge erhalten. – Die Umformung beruht auf arithmetischen Sätzen & auf dem Satz, daß 12 Zoll = 1 Fuß ist.

RFM VII 8[2] Diesen letzteren Satz wird niemand für gewöhnlich, als Erfahrungssatz aussprechen. Man sagt er drückt ein Übereinkommen aus. Aber das Messen würde seinen gegenwärtigen Charakter gänzlich ändern, wenn nicht, z.B., die Aneinanderreihung von 12 Zollstücken für gewöhnlich eine Länge ergäbe, die sich wieder besonders aufbewahren läßt.

RFM VII 8[3] Muß ich darum sagen, der Satz "12 Zoll = 1 Fuß" sage alle diese Dinge aus, die dem Messen seine gegenwärtige Pointe geben?

RFM VII 9[1] Nein. Der Satz *ruht in* einer Technik. Und, wenn Du willst, in den physikalischen und psychologischen Tatsachen, die diese Technik möglich machen. Aber darum ist sein Sinn nicht diese Bedingungen auszusprechen. Das Gegenteil jenes Satzes, '12 Zoll  $\neq$  1 Fuß' sagt nicht, daß die Maßstäbe nicht starr genug sind, oder wir nicht Alle in gleicher Weise zählen & rechnen. Der Satz *ruht* in einer Technik, beschreibt sie aber nicht.

RFM VII 9[2] Der Satz spielt die typische (damit aber nicht *einfache*) Rolle der Regel.

- RFM VII 9[3] & 10[1] Ich kann mittels des Satzes 12 Zoll = 1 Fuß eine Voraussage machen; nämlich daß 12 zoll-lange Stücke Holz aneinander gelegt sich gleichlang mit einem auf andere Weise gemessenen Stück erweisen wird. Also ist der Witz jener Regel etwa, daß man mittels ihrer gewisse Voraussagen machen kann. Verliert sie nun dadurch den Charakter der *Regel*? –
- RFM VII 10[2] Warum kann man jene Voraussage machen? Nun, – alle Maßstäbe sind gleich gearbeitet; sie verändern ihre Längen nicht beträchtlich; Stücke Holz, die man auf einen Zoll oder Fuß zugeschnitten hat, tun dies auch nicht; unser Gedächtnis ist gut genug, damit wir beim Zählen bis '12' Ziffern nicht doppelt nehmen & nicht auslassen; u.a..
- RFM VII 10[3] & 11[1] Aber kann man denn nun nicht die Regel durch einen Erfahrungssatz ersetzen, der sagt, daß Maßstäbe so & so gearbeitet sind, daß Leute sie *so* handhaben? Man gäbe etwa eine ethnologische Beschreibung des Messens.
- RFM VII 11[2] Nun es ist offenbar, daß diese Darstellung die Funktion einer Regel übernehmen könnte.
- 11[3] Ist die hinweisende Definition die zeigt, daß *diese* Farbe "grün" heißt, keine Regel – sondern ein Satz über den Gebrauch der Wörter, das Arbeiten unsers Gedächtnisses, usw.?

- RFM VII 11[4] & 12[1] Wer einen math. Satz weiß, soll noch nichts wissen. Ist Verwirrung in unserm Rechnen, rechnet jeder anders & einmal so, einmal so, so liegt noch kein Rechnen vor; stimmen wir überein, nun dann haben wir nur unsre Uhren reguliert, doch noch keine Zeit gemessen. Wer einen math. Satz weiß, soll noch *nichts* wissen. D.h., der math. Satz soll nur das Gerüst liefern für eine Beschreibung.
- RFM VII 12[2] Wie kann die bloße Umformung des Ausdrucks von praktischer Konsequenz sein?
- RFM VII 12[3] & 13[1] Daß ich  $25 \times 25$  Nüsse habe, läßt sich verifizieren indem ich 625 Nüsse zähle, aber es läßt sich auch auf andre Weise herausfinden, die mit der Zahlangabe '25  $\times$  25' näher verknüpft ist. Und es ist natürlich die Verknüpfung dieser beiden Arten der **Zahlbestimmung**, in der ein Zweck des Multiplizierens ruht.
- RFM VII 13[2] 09.06.1941  
Die Regel ist, als Regel, losgelöst, & steht, sozusagen, selbstherrlich da; obschon, was ihr Wichtigkeit gibt, die Tatsachen der täglichen Erfahrung sind.
- RFM VII 13[3] & 14[1] Was ich zu tun habe, ist, sozusagen, das Amt eines Königs zu beschreiben: wobei ich nun nicht in den Fehler verfallen darf, sein Amt aus dessen Nützlichkeit zu erklären, noch die Nützlichkeit außer Acht zu lassen.
- RFM VII 14[2] Ich richte mich beim praktischen Arbeiten nach dem Resultat der Verwandlung des Ausdrucks.

- RFM VII  
14[3] Wie kann ich dann aber noch sagen, daß es dasselbe heißt, ob ich sage "hier sind 625 Nüsse", oder "hier sind  $25 \times 25$  Nüsse"?
- RFM VII  
14[4] Wer den Satz "hier sind 625 ..." verifiziert, verifiziert dadurch auch "hier sind  $25 \times 25$  ..."; u.u.. Doch steht die eine Form einer Art der Verifikation, die andre einer andern näher.
- RFM VII  
14[5] &  
15[1] Wie kannst Du sagen, daß "... 625 ..." & "... $25 \times 25$  ..." dasselbe sagen? – Erst durch unsere Arithmetik *werden* sie *eins*.  
15[2] Erst als Glieder des Systems der Arithmetik werden sie Eins.
- RFM VII  
15[3] Ich kann einmal die eine, einmal die andere Art der Beschreibung, durch Zählen z.B., erhalten. D.h., ich kann jede der beiden Formen auf jede Art erhalten; aber auf verschiedenem Weg.
- RFM VII  
15[4] &  
16[1] Man könnte nun fragen: Wenn der Satz "...625 ..." einmal so, einmal anders verifiziert wurde, sagte er da beidemale dasselbe? Oder: Was geschieht, wenn eine Methode des Verifizierens '625', die andre nicht ' $25 \times 25$ ' ergibt? – Ist da "... 625 ..." wahr & "... $25 \times 25$  ..." falsch? Nein! – Das eine anzweifeln heißt, das andre anzweifeln: Das ist die Grammatik, die unsre Arithmetik diesen Zeichen gibt.
- RFM VII  
16[2] Wenn die beiden Arten des Zählens als Begründung einer *Zahl-angabe* gebraucht werden, dann ist nur *eine* Zahlangabe, wenn auch in verschiedenen Formen, vorgesehen. Dagegen kann man ohne Widerspruch sagen: "Mir kommt bei der einen Art des Zählens  $25 \times 25$  [& also 625] heraus, bei der anderen nicht 625 [also nicht  $25 \times 25$ ]"'. (Die Arithmetik hat hiergegen keinen Einwand.)

RFM VII 16[3] & 17[1] Daß die Arithmetik die beiden Ausdrücke einander gleichsetzt, ist, könnte man sagen, ein grammatischer Trick. Sie sperrt damit eine bestimmte Art der Beschreibung ab & leitet sie in andere Kanäle. (Und daß dies mit den Tatsachen der Erfahrung zusammenhängt braucht nicht erst gesagt zu werden.)

RFM VII 17[2] & 18[1] Nimm an, ich habe jemand multiplizieren gelehrt, aber nicht mit Hilfe einer ausgesprochenen allgemeinen Regel, sondern nur dadurch daß er sieht wie ich ihm Beispiele vorrechne. Ich kann ihm dann eine *neue* Aufgabe anschreiben, & sagen: "mach dasselbe mit *diesen* beiden Zahlen, was ich mit den früheren getan habe". Aber ich kann auch sagen: "Wenn Du mit diesen beiden machst, was ich mit den andern gemacht habe, so wirst Du zu der Zahl ... kommen". Was ist das für ein Satz? "Du wirst das & das schreiben" ist eine Vorhersage. 'Wenn Du das & das schreiben wirst, wirst Du's so gemacht haben, wie ich Dir's gezeigt habe' bestimmt, was er "seinem Beispiel folgen" nennt.

RFM VII 18[2] 'Die Lösung dieser Aufgabe ist ...' – Wenn ich das lese, ehe ich die Aufgabe gerechnet habe, – was ist das für ein Satz?

18[3] 10.06.1941

Das Vorurteil muß man besiegen– & doch, wenn man's nicht hat, kann man nicht philosophische Arbeit leisten.

- RFM VII  
18[4] &  
19[1] “Wenn Du mit diesen Zahlen machst, was ich Dir mit den andern vorgemacht habe, wirst Du ... erhalten” – das heißt doch: ‘Das Resultat dieser Rechnung ist ...’ – & das ist keine Vorhersage, sondern ein mathematischer Satz. Aber es ist dennoch auch eine Vorhersage! – Eine Vorhersage besonderer Art. Wieder, der am Ende findet daß sich beim Addieren der Kolumne wirklich das & das ergibt, wirklich überrascht sein kann; z.B. ausrufen kann: ja, bei Gott, es kommt heraus! Denke Dir nur diesen Vorgang des Vorhersagens & der Bestätigung als ein besonderes Sprachspiel – ich meine: isoliert von dem Übrigen der Arithmetik & ihrer Anwendung.
- 19[2] &  
20[1] ‘Zu sagen: “er hat Schmerzen” heißt etwas ganz & gar anderes als zu sagen: “er benimmt sich so & so”!’ – das ist völlig richtig. Ja, der Unterschied ist in gewissem Sinne *noch größer* als man sich ihn vorstellt. Und wieder: der Satz der ein Benehmen beschreibt, kann von einer Empfindung reden – & wenn er dies tut: so spielt er nicht *indirekt* auf sie an. Wenn wir so reden *meinen* wir nicht eigentlich etwas anderes, als was wir sagen. Noch können wir sagen: wir meinen zwar das Benehmen, aber umgeben von einer Atmosphäre die wir nicht eigens erwähnen.
- 20[2] &  
21[1] Die Ausdrücke “Schmerzen haben” & “sich so & so benehmen” werden – im allgemeinen – nicht auf die gleiche Weise gebraucht! Ja, ihr Gebrauch ist *verschiedener*, als die Philosophen, welche gegen den Behaviorismus sprechen, es darstellen. Denn wenn diese die Verschiedenheit betont, so stellt sie doch den Gebrauch beidemale nach demselben *Schema* dar.

- 21[2] "Ich kann mir doch vorstellen, daß Einer Schmerzen hat, & auch, daß er sich so & so benimmt – & die beiden sind doch etwas ganz anderes!" – Da macht man meistens den Fehler, daß man den Satz "ich stelle mir ... vor" für eine Beschreibung ansieht während er eine *Äußerung* ist.
- 22[1] Wie soll ich denn den Gebrauch der Sprache mittels etwas erklären, was Du selbst für privat erklärst & was also für den Gebrauch der Sprache irrelevant sein müßte. – Ich sage "müßte", weil die ganze Idee des privaten Gegenstands auf einem Mißverständnis beruht.
- 22[2] In unserm Schema der Erklärung der Sprache können wir nicht den Schmerz als Rechtfertigung der Schmerzäußerung einführen. Denn so funktioniert das Wort "Schmerz" einfach nicht.
- 22[3] & 23[1] Nur die *intime* Vertrautheit mit dem Gebrauch eines Wortes bringt die Erfahrung hervor, daß das Wort eine Seele hat. Einer könnte sagen, daß ein Tennis- & ein Kricketball ganz verschiedene Bedeutungen besitzen. Dazu aber muß er mit den Regeln der Spiele nicht nur oberflächlich bekannt sein & die Spiele müssen in sein Leben eingreifen. Man könnte sagen: 'ich hätte keinen Eindruck von dem Zimmer als ganzes, könnte ich nicht meinen Blick schnell in ihm dahin & dorthin schweifen lassen & mich nicht frei in ihm herumbewegen. Aber dennoch ist an dem allen etwas unklar.

23[2] &  
24[1] Es ist eine *interessante* Tatsache, daß die Regeln der wichtigsten Spiele sehr konservativ behandelt werden. Daß, z.B., normalerweise niemand dran denkt, die Regeln des Schachs zu variieren, etwa dem König eine andere Bewegungsfreiheit zu geben; daß man das interessant, oder lustig findet, sondern eher ungehörig & sogar dumm.

RFM VII 11.06.1941

24[2] &  
25[1] Was ist an diesem Vorhersagespiel so sonderbar? Was mir sonderbar erscheint, würde entfernt, wenn die Vorhersage lautete: "Wenn Du glauben wirst, meinem Beispiel gefolgt zu sein, wirst Du *das* herausgebracht haben." , oder: "Wenn Dir alles richtig scheinen wird, wird das das Resultat sein." Dies Spiel konnte man sich (z.B.) mit dem Eingeben eines bestimmten Giftes verbunden denken, & die Vorhersage wäre, daß die Injektion unsere Fähigkeiten, unser Gedächtnis z.B., in der & der Weise beeinflusst. – Aber, wenn wir uns das Spiel mit dem Eingeben eines Giftes denken können, warum nicht mit dem Eingeben eines Heilmittels? Aber auch dann kann das Schwergewicht der Vorhersage noch immer darauf ruhen, daß der *gesunde* Mensch *das* als Resultat ansieht. Oder vielleicht: daß den gesunden Menschen *das* befriedigt.

VB  
25[2] Es ist unglaublich, wie eine neue Lade, an geeignetem Ort in unserem filing cabinet, hilft.

RFM VII "Folge mir, so wirst Du das herausbringen." heißt natürlich  
25[3] nicht: "Folge mir, dann wirst Du mir folgen" – noch: "Rechne *so* dann wirst Du *so* rechnen". – Aber was heißt "Folge mir"? Im Sprachspiel kann es einfach ein Befehl sein: "Folge mir jetzt!".

- RFM VII  
26[1] Was ist der Unterschied zwischen den Vorhersagen: “Wenn Du richtig rechnest, wirst Du *das* erhalten” – &: “Wenn Du glauben wirst, daß Du richtig rechnest, wirst Du *das* erhalten”? Wer sagt nun, daß in meinem obigen Sprachspiel die Vorhersage nicht eben das letztere bedeutet? Es scheint, sie bedeutet das nicht – – aber wie *zeigt* sich das? Frage Dich *unter welchen Umständen* würde die Vorhersage das eine, unter welchen das andere vorherzusagen scheinen. Denn es ist klar: es kommt hier auf die übrigen Umstände an.
- RFM VII  
26[2] Wer mir vorhersagt, daß ich *das* herausbringen werde, sagt der nicht eben vorher daß ich dieses Resultat für richtig halten werde? – “Aber” – sagst Du vielleicht – “nur eben weil es wirklich richtig *ist!*” – Aber was heißt das: “Ich halte die Rechnung für richtig weil sie richtig ist”?
- RFM VII  
26[3] &  
27[1] Und doch kann man sagen: In meinem Sprachspiel denkt der Rechnende nicht daran, daß die Tatsache, daß er *dies* herausbringt, eine Eigentümlichkeit *seines* Wesens ist; die Tatsache erscheint ihm nicht als eine psychologische. Eher stelle ich mir ihn unter dem Eindruck vor, daß er nur einem bereits vorhandenen Faden gefolgt ist. Und das Wie des Folgens als eine Selbstverständlichkeit hinnimmt; & nur *eine* Erklärung seiner Handlung kennt, nämlich: den Lauf des Fadens.
- RFM VII  
27[2] &  
28[1] Er läßt sich allerdings ablaufen, indem er der Regel, oder den Beispielen folgt, aber was er tut betrachtet er nun nicht als Besonderheit *seines* Ablaufs, er sagt nicht: “also *so* bin ich abgelaufen”, sondern: “also *so* läuft es ab”.

- RFM VII  
28[2] Aber wenn nun Einer dennoch am Ende der Rechnung in unserm Sprachspiel sagte: “also *so* bin ich abgelaufen!” – oder: “also *dieser* Ablauf befriedigt mich!” – Kann ich nun sagen, er habe das (ganze) Sprachspiel mißverstanden? Doch gewiß nicht! Wenn er nicht sonst eine unerwünschte Anwendung von ihm macht.
- RFM VII  
28[3] Ist es nicht die *Anwendung* der Rechnung die jene Auffassung hervorruft, daß die Rechnung abläuft und nicht wir?
- VB  
28[4] Du mußt Neues sagen & doch lauter Altes. (N.)
- VB  
28[5] Du mußt allerdings nur Altes sagen – aber *doch* etwas Neues!
- RFM VII,  
VB  
28[5] Die verschiedenen ‘Auffassungen’ müssen verschiedenen Anwendungen entsprechen.
- VB  
29[1] Auch der Dichter muß sich immer fragen: ‘ist denn, was ich schreibe, wirklich wahr?’ – was nicht heißen muß: ‘geschieht es so in Wirklichkeit?’.
- VB  
29[2]
- RFM VII  
29[3] Denn es ist allerdings ein Unterschied dazwischen: überrascht zu sein, daß ich *davon* befriedigt bin; überrascht zu sein, daß die Ziffern auf dem Papier sich *so* zu benehmen scheinen; & überrascht zu sein darüber, daß *das* herauskommt. Aber in jedem Fall sehe ich die Rechnung in anderm Zusammenhang.

RFM VII 29[4] & 30[1] Ich rede von dem Gefühl des 'Herausbekommens', wenn wir etwa eine längere Kolumne von Zahlen verschiedener Gestalt addieren & so eine Zahl wie 1000000 herauskommt, wie uns zuvor gesagt worden war. "Ja, bei Gott, wieder eine Null –" sagen wir. "Man sähe es den Zahlen nicht an –", könnte ich auch sagen.

RFM VII 30[2] Wie wäre es, wenn wir sagten– statt: '6 × 6 ergibt 36' – : 'Das Ergeben der Zahl 36 durch 6 × 6'? – Den *Satz* ersetzen durch einen substantivischen Ausdruck. (Der Beweis zeigt *das Ergeben.*)

VB 30[3] Du mußt freilich Altes herbeitragen. Aber zu einem *Bau*. – (W.)  
RFM VII 30[4] Warum willst Du die Mathematik immer unter dem Aspekt des Findens & nicht des Tuns betrachten?

RFM VII 30[5] Von großem Einflusse muß es sein, daß wir die Wörter "richtig" & "wahr" & "falsch" & die Form der Aussage im Rechnen gebrauchen. (Kopfschütteln & Nicken)

RFM VII 31[1] Warum soll ich sagen, daß das Wissen, daß alle Menschen, die rechnen gelernt haben, *so* rechnen, kein *mathematisches* Wissen ist? Weil es auf einen andern Zusammenhang hindeutet.

31[2] 12.06.1941

Die Berechnung des Resultats einer Rechnung, die ein Mensch anstellt.

- RFM VII Ist also Berechnen, was Einer durch Rechnung herauskriegen  
31[3] wird, schon angewandte Mathematik? – & also auch: Berechnen, was ich selbst herauskriegen werde?
- VB (Im Alter *entschlüpfen* uns wieder die Probleme, so wie in der  
31[4] & Jugend. Wir können sie nicht nur nicht aufknacken, wir können  
32[1] sie auch nicht halten.)
- 32[2] Für uns könnten die Rechnungen im Himmel aufgeschrieben sein.
- 32[3] ‘Warum möchte ich immer das & das sagen?’ – Das muß einen guten Grund haben: es wird die Beschreibung, in einer primitiven Form, von grammatischen Tatsachen sein.
- 32[4] Ist es ein typisches Beispiel der *Anwendung* der Rechnung, wenn wir berechnen, was für einen Rechengvorgang Einer durchlaufen wird?

32[5] & Über das *Einleuchten* der Axiome. Die Axiome eines mathematischen Systems müssen selber math. Sätze sein. Und was macht sie dazu? Daß sie einleuchten? Und wie stark müssen sie einleuchten? Wenn sie nun einleuchten & die Erfahrung ihnen widerspricht – wer gewinnt dann? Oder stellen wir uns ihre Anwendung immer so vor, daß Erfahrung ihnen nicht widersprechen *kann*, weil wir sie zu grammatischen Sätzen machen? Aber damit sie gute grammatische Sätze sind muß sich doch wieder viel Erfahrung leicht nach ihnen darstellen lassen. Warum ist z.B. der Satz ‘der Teil ist kleiner als das Ganze’ so einleuchtend, obwohl man in vielen Fällen auch sein Gegenteil für wahr erklären könnte? (Man könnte z.B. sagen: ich sehe den Berg größer als das Fenster, durch das ich ihn sehe)

RFM VII 13.06.1941

34[1]

Es ist ja gar kein Zweifel, daß math. Sätze *in gewissen Sprachspielen* die Rolle von Regeln der Darstellung spielen, im Gegensatz zu Sätzen der Darstellung.

34[2]

Es ist ja gar kein Zweifel, daß math. Sätze *in gewissen Sprachspielen* Schemata der Darstellung sind, im Gegensatz zu den Sätzen, welche beschreiben.

RFM VII Aber das sagt nicht, daß dieser Gegensatz nicht nach allen

34[3]

Richtungen hin abfällt. Und *das* wieder nicht, daß der Gegensatz nicht von der größten Wichtigkeit ist.

34[4]

Die Schwierigkeit ist, daß grammatische Terrain zu schildern; zu sehen.

- RFM VII 35[1] Das piédestal der Mathematik, ist die Rolle, welche ihre Sätze in unsern Sprachspielen spielen.
- 35[2] & 36[1] Die Sätze, welche Hardy in seinem – elenden – Buch, “Apology of a Mathematician”, als Ausdruck seiner Philosophie der Mathematik hinstellt, sind noch gar nicht Philosophie, sondern können, wie alle ähnlichen Ergüsse, als Rohmaterial des Philosophierens dienen, & sollten dann nicht in der Form von Meinungen, Feststellungen, oder Axiomen, ausgesprochen werden, sondern in der Form: “Ich bin geneigt zu sagen: ...”, “Ich möchte immer sagen: ...”. Worauf das Philosophieren erst beginnen soll, (um) uns diese seltsame Neigung zu erklären.
- RFM VII 36[2] Was der math. Beweis demonstriert wird als interne Relation hingestellt & dem Zweifel entzogen.
- RFM VII 36[3] & 37[1] Was ist einem mathematischen Satz & einem mathematischen Beweis gemein, daß sie beide “mathematisch” heißen? Nicht, daß der math. Satz mathematisch bewiesen sein muß; nicht, daß der math. Beweis einen math. Satz beweisen muß. Was hat der unbewiesene Satz (das Axiom) mathematisches? (&) was hat er gemein mit einem mathematischen *Beweis*?
- RFM VII 37[2] Soll ich antworten: ‘Die Schlußregeln des math. Beweises sind immer math. Sätze’? Oder: ‘Math. Sätze & Beweise dienen dem Schließen’? Das wäre schon näher dem Wahren.

RFM VII 37[3] & 38[1] Der Beweis muß eine interne Relation etablieren, nicht eine äußere. Denn wir könnten uns auch einen Vorgang der Transformation eines Satzes durchs *Experiment* denken & eine, die zum Vorhersagen des vom transformierten Satz Behaupteten benützt würde. Man könnte sich z.B. (ganz gut) denken, daß Zeichen durch hinzulegen anderer Zeichen sich solchermaßen verschöben, daß sie eine wahre Vorhersage bilden auf der Grundlage der in ihrer Anfangslage ausgedrückten Bedingungen. Ja, wenn Du willst, kannst Du den rechnenden Menschen als einen Apparat dieser Art betrachten.

RFM VII 38[2] Denn, daß ein Mensch das Resultat *errechnet*, in dem Sinne: daß er nicht gleich das Resultat, sondern erst verschiedenes anderes hinschreibt, macht ihn nicht weniger zu einem physikalisch-chemischen Hilfsmittel, eine Zahl zu erzeugen, wenn gewisse andere ihm zugebracht werden.

RFM VII 38[3] & 39[1] Ich müßte also sagen: Der bewiesene Satz ist nicht: diejenige Zeichenfolge, welche der so & so abgerichtete Mensch unter den & den Umständen erzeugt.

RFM VII 14.06.1941 39[2] Wenn wir den Beweis so betrachten, ändert sich, was wir erblicken, gänzlich. Die Zwischenstufen werden ein uninteressantes Nebenprodukt. (Wie im Innern des Automaten ein Geräusch, ehe er uns die Ware zuwirft.)

39[3] Das Durchstreichen von Ausdrücken als Schriftzeichen.

- 39[4] Ja, wenn nun die Bedingungen erfüllt wären & der Eine erzeugte dies, der Andre jenes Resultat, & wenn nun jeder sein Resultat anwendete & die Anwendung es rechtfertigte – wie ganz leicht möglich wäre! –
- RFM VII  
39[5] &  
40[1] Wir sagen: der Beweis sei ein Bild. Aber dies Bild bedarf doch der Approbation, die wir ihm (nämlich) beim Nachrechnen erteilen. –
- RFM VII  
40[2] Wohl wahr; aber wenn es von dem Einen die Approbation erhalte, von dem Andern nicht & sie sich nicht *verständigen* könnten – hätten wir dann ein Rechnen? Also ist es nicht die Approbation allein, die es zur Rechnung macht, sondern die Gleichheit der Approbationen.
- RFM VII  
40[3] Denn es ließe sich ja auch ein Spiel denken, in welchem Menschen durch Ausdrücke, etwa ähnlich denen allgemeiner Regeln, angeregt, für bestimmte praktische Aufgaben, also ad hoc, sich Zeichenfolgen einfallen lassen, & daß sich dies sogar bewährte. Und hier brauchen die ‘Rechnungen’, wenn man sie so nennen wollte, nicht miteinander übereinstimmen. (Hier könnte man von ‘Intuition’ reden.)
- RFM VII  
41[1] Die Übereinstimmung der Approbationen ist die Vorbedingung unsers Sprachspiels, sie wird nicht in ihm konstatiert.

41[2] & Nehmen wir (im 'rein mathematischen' Sprachspiel von vor-  
42[1] hin) an, daß die Antwort auf die gleiche Frage immer & von  
Allen die gleiche ist (oder daß es sich doch nur ausnahmsweise  
anders verhält & die Ausnahmen etwa aus der Gesellschaft  
ausgestoßen werden)? Gehört dies nicht dazu, daß unser  
Sprachspiel der Arithmetik ähnlich wird? Oder auch: Wissen  
nur im ersten Fall die Leute arithmetische Tatsachen? Und  
wenn dies Tatsachen, das Benehmen der Menschen betreffend,  
sind, warum dann nicht auch im zweiten Fall?

42[2] & Man könnte sich aber doch auch die Rechnung als Experiment  
43[1] behandelt denken! Denke Dir eine Kaste, die nicht rechnen  
kann (wie die Ritter nicht schreiben konnten), die sich Sklaven  
hält, die, sagen wir, rechnen; manchmal richtig, manchmal  
falsch, von ihren Herren aber nicht kontrolliert. Diese stellen  
ihnen Aufgaben (&) die Sklaven geben Antworten; ehe sie ant-  
worten schreiben sie meistens noch etwas hin; aber ihre Herren  
verstehen das nicht. Sie richten sich nach den Antworten der  
Sklaven & betrachten sie als eine Art Orakel. Man könnte sich  
auch denken, daß die Herrn jene Sklaven strafen, wenn der  
praktische Erfolg unbefriedigend war, sie gut behandeln, wenn  
er glücklich ist.

43[2] 15.06.1941

Der Gebrauch von Wörtern, wie 'pas' oder 'point' in 'ne ... pas',  
'ne ... point', etc.. Das Hauptwort "pas" könnte hinweisend de-  
finiert werden & dann davon der Gebrauch als Teil der Negati-  
on gemacht. – Was heißt es: Niemand denkt, wenn er 'ne ...  
pas' sagt an einen *Schritt*? – Nun, man sagt: 'Ich wußte nicht

einmal, daß das dasselbe Wort ist!'. Aber was heißt das? *Was* war uns nicht aufgefallen? (Dies Beispiel ist höchst wichtig für das Verständnis dessen, was man 'Bedeutung' nennt.)

- 43[3] & 44[1] Eine Sprache, in der die Schriftzeichen von der Art der Teile eines Rebus sind, so daß das Wort "kann" etwa



geschrieben wird, oder "wollen" als Bild eines Wollknäuls mit einem ihm angehängten Zeichen, u.s.f. Auch wird die Bedeutung der Wörter so beigebracht, daß die Beziehung zur Kanne, Wolle, etc., immer lebendig bleibt. Kennten wir allein *nur* diese Sprache, (dann) könnten eigentümliche philosophische Probleme für uns existieren.

- 44[2] Ist, was wir "einer Regel folgen" nennen, etwas, was nur *ein* Mensch, & nur einmal im Leben, tun könnte? – Das ist natürlich eine Anmerkung zur Grammatik des Ausdrucks "der Regel folgen".

- RFM VII  
44[3] &  
45[1] Wenn die Rechnung ein Experiment ist & *die Bedingungen sind erfüllt* dann müssen wir als Ausgang nehmen, was kommt; & wenn die Rechnung ein Experiment ist, so ist der Satz, daß sie das & das ergibt, doch der Satz, daß unter solchen Bedingungen diese Art von Zeichen entsteht. Und entsteht also unter diesen Bedingungen einmal ein, einmal ein anderes Resultat, so darf man nun nicht sagen "da stimmt etwas nicht", oder "beide Rechnungen können nicht in Ordnung sein", sondern man müßte sagen: diese Rechnung ergibt nicht immer das gleiche Resultat (*warum*, muß nicht bekannt sein). Aber obwohl der Vorgang nun ebenso interessant, ja vielleicht noch interessanter ist, haben wir nun keine Rechnung mehr. Und das ist natürlich wieder eine grammatische Bemerkung über den Gebrauch des Wortes "Rechnung". Und natürlich hat diese Grammatik eine Pointe.
- RFM VII  
46[1] Was heißt es, sich über einen Unterschied im Resultat einer Rechnung *verständigen*? Es heißt doch, zu einem gleichförmigen Rechnen zu gelangen. Und kann man das nicht so kann nun Einer nicht sagen, der Andre rechne auch; nur eben mit anderen Ergebnissen.
- RFM VII  
46[2] Wie ist es nun, – soll ich sagen: Der gleiche Sinn könne nur *einen* Beweis haben? Oder: wenn ein Beweis gefunden wird, ändere sich der Sinn? Freilich würden Einige sich dagegen wehren, sagen: 'So kann man also nie den Beweis eines Satzes finden, denn, hat man ihn gefunden, so ist er nicht mehr Beweis *dieses* Satzes.' Aber das sagt noch gar nichts. –

- RFM VII 47[1] Es kommt eben darauf an, *was* den Sinn des Satzes festlegt. Wovon wir sagen wollen, es lege den Sinn des Satzes fest. Der Gebrauch muß ihn festlegen. Aber was rechnen wir zum Gebrauch? –
- RFM VII 47[2] 16.06.1941  
Die Beweise beweisen denselben Satz, heißt etwa: beide erweisen ihn für uns als ein brauchbares Instrument zu dem Gleichen.
- RFM VII 47[3] Und der Zweck ist eine Anspielung auf Außermathematisches.
- RFM VII 47[4] & 48[1] Ich sagte einmal: ‘Wenn Du wissen willst, was ein math. Satz sagt, sieh’, was sein Beweis beweist. Nun, ist darin nicht Wahres & Falsches? Ist der Sinn, der Witz, eines math. Satzes wirklich klar, wenn man nur seinen Beweis versteht?
- RFM VII 48[2] Dem Russellschen “ $\sim f(f)$ ” fehlt vor allem die Anwendung, & daher der Sinn. Wendet man diese Form aber dennoch an, dann ist nicht gesagt, daß ‘ $f(f)$ ’ ein Satz in irgendeinem gewohnten Sinn sein muß, oder ‘ $f(\xi)$ ’ eine Satzfunktion. Denn der Begriff des Satzes, außer der des Satzes der Logik, ist ja durch Russell nur in allgemeinen, herkömmlichen Zügen erklärt. Man sieht hier auf die Sprache, ohne auf das Sprachspiel zu sehen.
- RFM VII 48[3] & 49[1] Wenn wir von verschiedenen Bilderreihen sagen, sie demonstrierten, z.B., daß  $25 \times 25 = 625$ , so ist leicht genug zu erkennen, was den *Ort* dieses Satzes fixiert, den beide Wege erreichen.

- VB  
49[2] Welche seltsame Stellungnahme der Wissenschaftler –: “Das wissen wir noch nicht; aber es läßt sich wissen, & es ist nur eine Frage der Zeit, so wird man es wissen”! Als ob es sich von selbst verstünde. –
- RFM VII  
49[3] &  
50[1] Der andre Beweis reiht den Satz in eine neue Ordnung ein; dabei findet oft ein Übersetzen einer Art von Operation in eine gänzlich andere statt. Wie wenn wir Gleichungen in Kurven übertragen. Und dann sehen wir etwas für die Kurven ein & dadurch für die Gleichungen.
- Aber mit welchem Rechte überzeugen wir uns durch einen Gedankengang, der dem Gegenstand unsrer Gedanken scheinbar ganz heterogen ist? Nun, unsre Operationen liegen jenem Gegenstand auch nicht ferner, als, etwa, das Dividieren im Dezimalsystem, dem verteilen von Nüssen. Besonders, wenn man sich vorstellt (was man leicht kann) daß jene Operation ursprünglich zu einem andern Zweck als dem des Teilens u. dergl. erfunden worden wäre.
- RFM VII  
50[2] &  
51[1] Fragst Du: “Mit welchem Recht?” so ist die Antwort: Vielleicht mit gar keinem. – Mit welchem Recht sagst Du, daß die Fortsetzung dieses Systems mit jenem immer parallel laufen wird? (Es ist als ob Du Zoll & Fuß *beide* als Einheit festsetztest & behauptetest, 12n Zoll werden immer mit n Fuß gleich lang sein.)
- RFM VII  
51[2] &  
52[1] 17.06.1941  
Wenn zwei Beweise denselben Satz beweisen, so kann man sich allerdings Umstände denken, in denen die ganze diese Beweise verbindende Umgebung wegfiel, sodaß sie allein & nackt da-

stünden & kein Grund vorhanden wäre, zu sagen sie hätten eine gemeinsame Pointe, sie bewiesen denselben Satz. Man muß sich nur denken, daß die Beweise ohne den, sie beide umhüllenden & verbindenden, Organismus der Anwendungen, sozusagen nackt & und bloß, dastünden. (Wie zwei Knochen aus dem ungeheuer mannigfachen Zusammenhang des Organismus gelöst; in dem allein wir gewohnt sind, an sie zu denken.)

RFM VII  
52[2] &  
53[1] Nimm an, man rechnete mit Zahlen & verwendet manchmal auch die Division durch Ausdrücke von der Form  $(n - n)$ , & erhielte auf diese Weise hie & da andere als die normalen Resultate des Multiplizierens, etc. Das störe aber niemand. – Vergleiche damit: Man legt Listen, Verzeichnisse, von Personen an, aber nicht wie wir es tun, alphabetisch; & so kommt es, daß der gleiche Name in mancher Liste öfters als einmal figurirt. – Aber nun kann man annehmen, daß das niemandem auffällt; oder, daß die Leute es sehen, es ihnen aber weiters nichts macht. Wie man Leute eines Stammes denken könnte, die, wenn sie Münzen zur Erde fallen lassen, es nicht der Mühe Wert halten sie aufzuheben. (Sie haben dann etwa eine Redensart: “Es gehört den Andern” oder dergleichen.)

RFM VII  
53[2] Nun aber ändert sich die Zeit, & die Menschen fangen an (zuerst nur wenige) Exaktheit zu fordern. Mit Recht, mit Unrecht? – Waren die früheren Verzeichnisse *nicht* eigentlich Verzeichnisse? –

RFM VII 53[3] & 54[1]      Sagen wir, wir erhielten manche unserer Rechenresultate durch einen versteckten Widerspruch. Nun – sind sie dadurch illegitim? – Aber wenn wir nun solche Resultate durchaus nicht anerkennen wollen & doch fürchten, es könnten welche durchschlüpfen. – Nun dann haben wir also eine Idee die einem neuen Kalkül als Vorbild dienen soll. Wie man die Idee zu einem Spiel haben kann.

RFM VII 54[2]      Der R'sche Widerspruch ist nicht, weil er ein Widerspruch ist, beunruhigend, sondern weil das ganze Gewächs, dessen Ende er ist, ein Krebsgewächs ist, das zweck- & sinnlos aus dem normalen Körper herauszuwachsen scheint.

RFM VII 54[3]      Kann man nun sagen: "Wir wollen einen Kalkül, der uns sicherer die Wahrheit sagt"?

RFM VII 54[4] & 55[1]      18.06.1941  
Aber Du kannst doch einen Widerspruch nicht gelten lassen! – Warum nicht? Wir gebrauchen ihn ja manchmal in unserer Rede, freilich selten – aber man könnte sich eine Sprachtechnik denken, in der er ein ständiges Implement ist. Man könnte z.B. von einem Objekt in Bewegung sagen, es existiere & es existiere nicht an diesem Ort; Veränderung könnte durch den Widerspruch ausgedrückt werden.

- RFM VII 55[2] Nimm ein Thema, wie das Haydnsche (Chorale St. Antoni), nimm den Teil der Brahms'schen Variationen, der dem ersten Teil des Themas entspricht & stell die Aufgabe den zweiten Teil der Variation im Stil ihres ersten Teiles zu konstruieren. Das ist ein Problem (sehr) ähnlich den mathematischen Problemen. Ist die Lösung gefunden, etwa wie Brahms sie gibt, so zweifelt man nicht, daß dies die Lösung sei.
- RFM VII 55[3] & 56[1] Mit diesem Weg sind wir einverstanden. Und doch ist es hier klar, daß es leicht verschiedene Wege geben kann, kann mit deren jedem wir uns einverstanden erklären können, deren jeden wir konsequent nennen können.
- VB 56[2] Ich konnte mir denken, daß Einer meinte, die Namen "Fortnum" & "Mason" paßten zusammen.
- RFM VII 56[3] & 57[1] 'Wir machen lauter legitime – d.h. in den Regeln erlaubte – Schritte, & auf einmal kommt ein Widerspruch heraus. Also ist das Regelverzeichnis, wie es ist, nichts nutz, denn der Widerspruch wirft das ganze Spiel um.' Warum läßt Du ihn es umwerfen? Aber ich will, daß man nach der Regel soll *mechanisch* weiter schließen können, ohne je zu widersprechenden Resultaten zu gelangen. Nun, welche Art der Voraussicht willst Du? Eine, die Dein gegenwärtiger Kalkül nicht zuläßt? Nun, dadurch ist er nicht ein schlechtes Stück Mathematik, oder, nicht im vollsten Sinne Mathematik. Der Sinn des Wortes "mechanisch" verführt Dich.
- 57[2] Die philosophische Betrachtung der Mathematik hat eine andere Pointe, als die mathematische mathematischer Sätze & Beweise.

RFM VII 57[3] Wenn Du zu einem praktischen Zweck einen Widerspruch mechanisch vermeiden willst, wie Dein Kalkül es jetzt nicht kann, so ist das etwa, wie wenn Du nach einer Konstruktion des ...-Ecks suchst, das Du bis jetzt nur durch Probieren hast zeichnen können; oder nach einer Lösung der Gleichung 3<sup>ten</sup> Grades, die Du bisher nur approximiert hast. Nicht schlechte Mathematik wird hier verbessert, sondern ein neues Stück Mathematik geschaffen.

RFM VII 19.06.1941  
57[4] &  
58[1] Nimm an, ich wollte eine Irrationalzahl so bestimmen, daß in ihrer Entwicklung nicht die Figur '777' vorkommt. Ich könnte  $\pi$  nehmen & bestimmen: wenn jene Figur entsteht setzen wir statt ihr '000'. Nun sagt man mir: das genügt nicht, denn der, welcher die Stellen berechnet, ist verhindert, auf die vorhergehenden zurückzuschauen. Nun brauche ich einen andern Kalkül; einen in dem ich mich zum Voraus versichern kann, er könne '777' nicht liefern. Ein mathematisches Problem.

RFM VII  
58[2] &  
59[1] 'Solange die Widerspruchsfreiheit nicht bewiesen ist, kann ich nie ganz sicher sein, daß mir jemand, der gedankenlos, aber gemäß den Regeln, rechnet, nicht irgend etwas Falsches herausrechnet.' So lange also jene Voraussicht nicht gewonnen ist, ist der Kalkül unzuverlässig. – Aber denke, ich fragte: "Wie unzuverlässig?" – Wenn wir von Graden der Unzuverlässigkeit redeten, könnten wir ihr dadurch nicht den metaphysischen Stachel nehmen? Waren die ersten Regeln des Kalküls nicht gut? Nun, wir gaben sie nur *weil* sie gut waren. – Wenn sich später ein Widerspruch ergibt, – haben sie *nicht* ihre Pflicht getan? Nicht doch, sie waren für diese Anwendung nicht gegeben worden.

RFM VII  
59[2] Ich kann meinem Kalkül eine bestimmte Art der Voraussicht geben wollen. Sie macht ihn nicht zu einem *eigentlicheren* Stück Mathematik, aber, etwa, zu gewissem Zweck brauchbarer.

RFM VII  
59[3] &  
60[1]  
60[2] Die Idee des Mechanisierens der Math.. Die Mode des axiomatischen Systems.

Ein reflexives Fürwort, das sich auf den Satz in dem es steht bezieht. Gebrauchen wir das Wort "ich" – so daß "Ich bin 5 cm lang" dadurch zu prüfen ist, daß man diesen Satz mißt. Eine solche Form wird meines Wissens nie gebraucht; könnte aber unter Umständen eine wichtige Rolle spielen. Oder: "Ich bestehe aus 5 Wörtern."

60[3] "Ich bin aus den Sätzen ... nicht beweisbar." – Nicht paradox ist: "Ich bin aus den Sätzen ... nicht erhältlich."

- RFM VII 60[4] & 61[1] Aber nehmen wir an, die 'Axiome' & 'Schlußweisen' seien nicht nur irgendwelche Konstruktionsweisen, sondern sie überzeugten uns auch durchaus von dem Konstruierten! Nun, dann heißt das, daß es Fälle gibt, in denen die Konstruktion aus diesen Bausteinen *nicht* überzeugt. Und tatsächlich sind die logischen Axiome gar nicht überzeugend, wenn wir für die Satzvariablen Strukturen einsetzen, die niemand ursprünglich als mögliche Werte vorhergesehen hat, als man nämlich ihrer Wahrheit (im Anfang) die unbedingte Anerkennung gab.
- RFM VII 61[2] Wie aber, wenn man sagt: die Axiome und Schlußweisen sollen doch so gewählt werden, daß sie keinen falschen Satz beweisen können?
- RFM VII 61[3] 'Wir wollen nicht nur einen ziemlich zuverlässigen, sondern einen *absolut* zuverlässigen Kalkül. Die Mathematik muß *absolut* sein.'
- RFM VII 61[4] & 62[1] Nimm an, ich hätte die Regeln für's Spiel 'Fuchs & Jäger' aufgestellt – stellte mir das Spiel unterhaltlich & hübsch vor – später finde ich, daß die Jäger immer gewinnen können, wenn man einmal weiß, wie. Ich bin nun, sagen wir, mit meinem Spiel unzufrieden. Die von mir gegebenen Regeln haben ein Resultat gezeitigt, daß ich nicht vorausgesehen hatte & das mir das Spiel verdirbt.
- RFM VII 20.06.1941 62[2] 'N. kam darauf, daß man bei den Berechnungen oft durch Ausdrücke der Form '(n - n)' gekürzt hatte. Er wies die dadurch entstehende Diskrepanz der Resultate nach & zeigte, wie Men-

schenleben durch diese Art des Rechnens verloren worden waren.'

- RFM VII  
62[3] &  
63[1]     Aber nehmen wir an, auch die Andern hätten jene Widersprüche gemerkt, nur sich nicht darüber Rechenschaft geben können woher sie kämen. Sie hätten, sozusagen, mit schlechtem Gewissen gerechnet. Sie hätten zwischen widersprechenden Resultaten *eins* gewählt, aber mit Unsicherheit, während ihnen N's Entdeckung vollkommene Sicherheit gegeben hätte. – Aber sagten sie sich: 'mit unserm Kalkül ist etwas nicht in Ordnung'? War ihre Unsicherheit von der Art der unsern, wenn wir eine physikalische Berechnung anstellen, aber nicht sicher sind, ob diese Formeln hier wirklich das richtige Resultat ergeben? Oder war es ein Zweifel darüber, ob ihre Mathematik wirklich Mathematik sei? In diesem Falle: was taten sie, um sich davon zu überzeugen?
- 63[2] &  
64[1]     Ich versuche nicht, den Gegenstand in's Futteral zu pressen, noch Stücke wegzuschneiden, bis er paßt, sondern ich will ihn drehen umlegen – vielleicht um  $180^\circ$  – damit er passe.
- RFM VII  
64[2]     Die Leute haben bisher nur verhältnismäßig selten vom Kürzen durch Ausdrücke vom Wert 0 Gebrauch gemacht. Irgendeinmal entdeckt Einer, daß sie auf diese Weise wirklich jedes beliebige Resultat ausrechnen können. – Was tun sie nun? Nun, wir könnten uns sehr verschiedenes vorstellen. Sie können, z.B., nun erklären, diese Art des Rechnens habe (damit) ihren Witz verloren, & *so* sei künftig nicht (mehr) zu rechnen.
- RFM VII  
64[3]     'Er glaubt, er rechnet – möchte man sagen – er rechnet tatsächlich nicht.'

- RFM VII 64[4] & 65[1] Wenn die Rechnung für mich ihren Witz verloren hat, sobald ich weiß, wie ich nun alles Beliebige errechnen kann – hat sie keinen gehabt, solange ich das *nicht* wußte?
- RFM VII 65[2] Ich mag freilich jetzt alle diese Rechnungen als nichtig erklären – ich führe sie eben jetzt nicht mehr aus – aber waren es darum keine Rechnungen?
- RFM VII 65[3] Ich habe (einmal), ohne es zu wissen, über einen Widerspruch geschlossen. Ist mein Resultat nun falsch, oder doch unrecht erworben?
- RFM VII 65[4] Wenn der Widerspruch wirklich so gut versteckt ist, daß wir ihn nicht merken, warum sollen wir nicht das, was wir jetzt tun das eigentliche Rechnen nennen?
- RFM VII 65[5] & 66[1] Wir sagen, der Widerspruch würde den Kalkül *vernichten*. Aber wenn er nun sozusagen in winzigen Dosen aufträte, gleichsam blitzweise, nicht als ein ständiges Rechenmittel, würde er da das Spiel auch vernichten?
- RFM VII 21.06.1941 66[2] Denk' Dir, die Leute hätten sich eingebildet  $(a + b)^2$  müsse gleich sein  $a^2 + b^2$ . (Ist das eine Einbildung von der Art: es müsse eine Dreiteilung des Winkels mit Lineal und Zirkel geben?) Kann man sich also so einbilden, zwei Rechnungsweisen müßten dasselbe ergeben, wenn es nicht der Fall ist?

- RFM VII 66[3] & 67[1] Ich addiere eine Kolumne, addiere sie auf verschiedene Weise, nehme z.B. die Zahlen in verschiedener Reihenfolge & kriege immer wieder, regellos, etwas anderes heraus. – Ich werde vielleicht sagen: “Ich bin ganz verwirrt; ich mache entweder regellos Rechenfehler, oder ich mache gewisse Rechenfehler in bestimmten Verbindungen: etwa, auf ‘ $6 + 3 = 9$ ’ sage ich immer ‘ $7 + 7 = 15$ ’. Oder ich könnte mir denken, daß ich plötzlich einmal in der Rechnung subtrahiere statt zu addieren, aber nicht denke, daß ich da etwas anderes tue.
- RFM VII 67[2] Nun könnte es sein, daß ich den Fehler nicht fände & mich für geistesgestört hielte. Aber das müßte meine Reaktion nicht sein.
- RFM VII 67[3] ‘Der Widerspruch hebt den Kalkül auf’ – woher diese Sonderstellung? Sie ist, glaube ich, durch etwas Phantasie gewiß zu erschüttern.
- RFM VII 67[4] & 68[1] Um diese philosophischen Probleme zu lösen muß man Dinge miteinander vergleichen, die noch niemand ernstlich miteinander verglichen hat.
- RFM VII 68[2] Man kann auf diesem Gebiete allerlei fragen, was zwar zur Sache gehört, aber nicht durch die Mitte der Sache führt. Eine bestimmte Reihe von Fragen führt durch die Mitte, ins Freie. Die andern werden nebenbei beantwortet. Den Weg durch die Mitte zu finden ist ungeheuer schwer.
- RFM VII 68[3] Er geht über *neue* Beispiele & Vergleiche. Die abgebrauchten zeigen ihn nicht.
- 68[4] 22.06.1941

Der Widerspruch ist so speziell, wie die Wahrheitsfunktionen, wie 'ja' & 'nein'.

RFM VII 23.06.1941

69[1]

Nehmen wir an, der R'sche Widerspruch wäre nie gefunden worden. Nun – ist es ganz klar, daß wir dann einen falschen Kalkül besessen hätten? Gibt es denn hier nicht verschiedene Möglichkeiten?

RFM VII Und wie, wenn man den Widerspruch zwar gefunden, sich

69[2]

aber weiter nicht über ihn aufgeregt, & etwa bestimmt hätte, es seien aus ihm keine Schlüsse zu ziehen. (Wie ja auch niemand aus dem 'Lügner' Schlüsse zieht.) Wäre das ein offenbarer Fehler gewesen?

RFM VII "Aber dann ist doch das kein eigentlicher Kalkül! Er verliert ja

69[3] &

70[1]

alle *Strenge!*" Nun, nicht *alle*. Und er hat nur dann nicht die volle Strenge, wenn man ein bestimmtes Ideal der Strenge hat, einen bestimmten Stil der Mathematik baut.

RFM VII 'Aber ein Widerspruch in der Math. verträgt sich doch nicht mit

70[2]

ihrer Anwendung. Er macht, wenn er konsequent, d.h. zur Erzeugung *beliebiger* Resultate verwendet wird, die Anwendung der Math. zu einer Farce, oder einer Art überflüssiger Zeremonie. Seine Wirkung ist etwa die, unstarrer Maßstäbe, die durch Dehnen & Zusammendrücken verschiedene Messungsergebnisse zulassen.' Aber war das Messen durch Abschreiten *kein* Messen? Und wenn die Menschen mit Maßstäben aus Teig arbeiteten, wäre das an sich schon falsch zu nennen?

- RFM VII 70[3] Könnte man sich nicht leicht Gründe denken, weshalb eine gewisse Dehnbarkeit der Maßstäbe erwünscht sein könnte?
- RFM VII 71[1] 'Aber ist es nicht richtig, die Maßstäbe aus immer härterem, unveränderlicherem Material herzustellen? Gewiß ist es richtig; wenn man es so will.'
- RFM VII 71[2] 'Also redest Du dem Widerspruch das Wort?!' Durchaus nicht; so wenig, wie den weichen Maßstäben.
- RFM VII 71[3] *Ein Fehler ist zu vermeiden: Man denkt, der Widerspruch muß sinnlos sein: d.h., wenn man z.B. die Zeichen 'p', '∼', '•' konsequent benützt, so kann 'p • ∼p' nichts sagen. – Aber denke: was heißt, den & den Gebrauch 'konsequent fortsetzen'? ('Dieses Kurvenstück konsequent fortsetzen'.)*
- RFM VII 71[4] & 72[1] Wozu braucht die Mathematik eine Grundlegung?! Sie braucht sie, glaube ich, ebenso wenig, wie die Sätze über physikalische Gegenstände oder Sinnesdaten, eine *Analyse*. Wohl aber bedürfen die mathematischen, sowie jene andern Sätze einer Klarlegung ihrer Grammatik.
- RFM VII 72[2] Die *mathematischen* Probleme der sogenannten Grundlagen liegen für uns der Math. so wenig zu Grunde, wie der gemalte Fels einer gemalten Burg.
- RFM VII 72[3] 'Aber wurde die Fregesche Logik durch den Widerspruch zur Grundlegung der Arithmetik nicht untauglich? Doch! Aber wer sagte denn auch, daß sie zu diesem Zweck tauglich sein müsse?!
- RFM VII 24.06.1941

- 72[4] &  
73[1] Man könnte sich sogar denken, daß man die Fregesche Logik einem Wilden als Instrument gegeben hätte, um damit arithm. Sätze abzuleiten. Er habe den Widerspruch abgeleitet, ohne zu merken, daß es einer ist, & aus ihm nun beliebige wahre & falsche Sätze.
- RFM VII  
73[2] 'Ein guter Engel hat uns bisher bewahrt, *diesen* Weg zu gehen.' Nun, was willst Du mehr? Man könnte, glaube ich, sagen: Ein guter Engel wird immer nötig sein, was immer Du tust.
- RFM VII  
73[3] &  
74[1] Man sagt: das Rechnen sei ein Experiment, um dadurch zu zeigen, wie es so praktisch sein kann. Denn vom Experiment weiß man, daß es wirklich praktischen Wert hat. Nur vergißt man, daß es diesen Wert besitzt vermöge einer Technik, die ein naturgeschichtliches Faktum ist, deren Regeln aber nicht die Rolle von Sätzen der Naturgeschichte haben.
- RFM VII  
74[2] "Die Grenzen der Empirie" – (Leben wir, weil es praktisch ist zu leben? Denken wir, weil zu denken praktisch ist?)
- RFM VII  
74[3] 25.06.1941  
Daß ein Experiment praktisch ist, das weiß er; also ist die Rechnung ein Experiment.
- RFM VII  
74[4] Unsre experimentellen Handlungen haben allerdings ein charakteristisches Gesicht. Wenn ich jemand in einem Laboratorium eine Flüssigkeit in eine Proberöhre gießen & über einer Bunsenflamme erhitzen sehe, bin ich geneigt zu sagen, er mache ein Experiment.

- RFM VII 74[5] & 75[1] Nehmen wir an, Leute, welche zählen können, wollen – so wie wir – zu verschiedenerlei praktischen Zwecken Zahlen erfahren. Und dazu fragen sie gewisse Leute, die, wenn ihnen das praktische Problem erklärt wurde, die Augen schließen, & sich die dem Zweck entsprechende Zahl einfallen ließen – – so läge hier keine Rechnung vor, wie verlässlich immer die Zahlangabe sein mag. Ja diese Zahlbestimmung könnte praktisch viel verlässlicher sein, als jede Rechnung.
- RFM VII 75[2] Eine Rechnung – könnte man sagen – ist etwa ein Teil der Technik eines Experiments, aber allein kein Experiment.
- RFM VII 27.06.1941  
75[3] Vergißt man denn, daß zum Experiment eine bestimmte *Anwendung* des Vorgangs gehört? Und die Rechnung vermittelt die Anwendung.
- RFM VII 76[1] Würde denn jemand daran *denken*, das Übersetzen einer Chiffre mittels eines Schlüssels ein Experiment zu nennen?
- 76[2] Das normative Spiel – im Gegensatz, etwa, zum beschreibenden.
- RFM VII 76[3] Wenn ich zweifle, ob die Zahlen  $n$  und  $m$  multipliziert  $l$  ergeben werden, so bin ich nicht *darüber* im Zweifel, ob eine Verwirrung in unserm Rechnen ausbrechen wird & etwa die Hälfte der Menschen eines – die andere Hälfte etwas anderes für richtig erklären werden.

RFM VII 'Experiment' ist eine Handlung nur von einem gewissen  
76[4] & Gesichtspunkt gesehen. Und es ist *klar*, daß die Rechnungs-  
77[1] handlung auch ein Experiment sein kann. Ich kann z.B. prüfen  
wollen, was dieser Mensch unter solchen Umständen, auf diese  
Aufgabenstellung hin, rechnet. – Aber, ist es nicht eben das,  
was Du fragst, wenn Du wissen willst, wieviel  $52 \times 63$  ist! Das  
mag ich wohl fragen – meine Frage mag sogar in diesen Worten  
ausgedrückt sein. (Vergl. damit: Ist der Satz "Horch, sie  
stöhnt!" ein Satz über ihr Benehmen, oder über ihr Leiden?)  
Aber wie ist es nun, wenn ich seine Rechnung vielleicht *nach-  
rechne*? – 'Nun, dann mache ich noch ein Experiment um ganz  
sicher herauszufinden, daß alle normalen Menschen so  
reagieren.' – Und wenn sie nun *nicht* gleichförmig reagieren –:  
welches ist das mathematische Resultat?

RFM VII "Soll die Rechnung praktisch sein, so muß sie Tatsachen mittei-  
77[2] & len. Und das kann nur das Experiment." Aber welches sind  
78[1] 'Tatsachen'? Glaubst Du, Du kannst zeigen, welche Tatsache  
gemeint ist, indem Du etwa mit dem Finger auf sie zeigst?  
Macht das schon die Rolle klar, welche die 'Feststellung' einer  
Tatsache spielt? – Wenn nun die Mathematik erst den *Charakter*  
dessen bestimmte, was Du 'Tatsache' nennst! 'Es ist interessant  
zu wissen *wieviele* Schwingungen dieser Ton hat.' Aber die  
Arithmetik hat Dich diese Frage erst gelehrt. Sie hat Dich  
gelehrt, diese Art von Tatsachen zu sehen.

RFM VII Die Mathematik – will ich sagen – lehrt Dich nicht einfach die  
78[2] Antwort auf eine Frage; sondern ein ganzes Sprachspiel, mit  
Fragen & Antworten.

- RFM VII      Sollen wir sagen, die *Mathematik* lehre uns zählen?  
78[3]
- RFM VII      Kann man von der Mathematik sagen, sie lehre uns experimen-  
79[1]      telle *Forschungsweisen*? Oder sie helfe uns, solche Forschungs-  
weisen finden?
- RFM VII      ‘Die Mathematik, um praktisch zu sein, muß uns Tatsachen  
79[2]      lehren.’ – Aber müssen diese Tatsachen die *mathematischen* Tat-  
sachen sein? – Aber warum soll sie nicht, statt uns ‘Tatsachen  
zu lehren’, die Formen dessen schaffen, was wir Tatsachen nen-  
nen?
- RFM VII      “Ja aber es bleibt doch empirische Tatsache, daß die Menschen  
79[3]      so rechnen!” – Ja, aber damit werden ihre Rechensätze nicht zu  
empirischen Sätzen.
- RFM VII      “Ja, aber es muß doch unser Rechnen auf empirischen Tatsa-  
79[4] &      chen beruhen!” Gewiß. Der Zusammenhang besteht (eben)  
80[1]      darin, daß die Rechnung das Bild eines Experiments ist; & zwar  
den Gang zeigt, den es so gut wie immer nimmt. Von den an-  
deren erhält es seine Pointe, seine Physiognomie: aber das sagt  
durchaus nicht, daß die *Sätze* der Mathematik die Funktionen  
der empirischen Sätze haben. (Das wäre beinahe, als glaubte  
Einer: weil doch nur die Schauspieler im Stücke auftreten, so  
könnten auf der Bühne des Theaters auch keine andern Leute  
nützlich beschäftigt sein.)
- RFM VII      In der Rechnung *gibt es keine* kausalen Zusammenhänge, nur  
80[2]      die Zusammenhänge des Bildes.

- RFM VII 81[1] Und daran ändert es nichts, daß wir die Beweisfigur nachrechnen, um sie anzuerkennen. Daß wir also versucht sind, zu sagen, wir ließen sie durch ein psychologisches Experiment entstehen. Denn der psychische Ablauf wird beim Rechnen nicht psychologisch untersucht.
- RFM VII 81[2] Aber können wir uns keine menschliche Gesellschaft denken, in der es ebensowenig ein Rechnen, ganz in unserm Sinn, wie ein Messen, ganz in unserm Sinn, gibt? – Doch. – Aber wozu will ich mich dann bemühen, was Mathematik ist, herauszuarbeiten? Weil es bei uns eine Mathematik gibt & eine besondere Auffassung derselben, ein Ideal, gleichsam, ihrer Stellung & Funktion, – & dieses muß klar herausgearbeitet werden.
- RFM VII 81[3] Erwäge: ‘Unsre Mathematik wandelt Experimente in Definitionen um.’
- RFM VII, VB 82[1] Fordere nicht zuviel, & fürchte nicht, daß Deine gerechte Forderung in’s Nichts zerrinnen wird.
- RFM VII 82[2] Meine Aufgabe ist es nicht, Russells Logik von *innen* anzugreifen, sondern von außen.
- RFM VII 82[3] D.h.: nicht, sie mathematisch anzugreifen – sonst triebe ich Mathematik – sondern ihre Stellung, ihr Amt.
- RFM VII 02.07.1941  
82[4] & 85[1] ‘Die Minute hat 60 Sekunden.’ Das ist ein Satz ganz *ähnlich* einem mathematischen. Hängt seine Wahrheit von der Erfahrung ab? – Nun: könnten wir von Minuten und Sekunden reden, wenn es keinen Zeitsinn gäbe; wenn es keine Uhren gäbe, oder,

aus physikalischen Gründen, nicht geben könnte; wenn alle die Zusammenhänge nicht statt hätten, die unsern Zeitmaßen Sinn & Bedeutung geben? In diesem Falle – würden wir sagen – hätte das Zeitmaß seinen Witz verloren (wie die Handlung des Mattsetzens ohne das Schachspiel) – oder es hätte dann einen ganz anderen Sinn. – Macht aber die eine so beschriebene Erfahrung den Satz falsch, die andre wahr? Nein; *das* beschriebene nicht seine Funktion. Er funktioniert ganz anders.

83[2] Ich will einen bestimmten Aspekt der Mathematik herausarbeiten; & zwar den, der – meiner Meinung nach – offenbar gemacht die Art & Weise beeinflusst, wie Mathematiker & Philosophen (heute) die Mathematik betrachten.

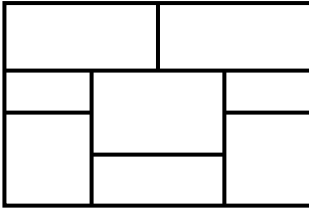
83[3] & 84[1] 'Der psychologische Ablauf der Rechnung' – oder soll ich ihn einen physiologischen nennen? Will ich die Gefühle der Billigung eines Rechenübergangs beschreiben? Wenn wir statt der Billigung hier den Ausdruck der Billigung setzen: – was interessiert er uns? Er ist bloß eine *Umgebung* des Rechnens. (Beachte das *Benehmen* beim Rechnen!)

RFM VII 84[2] 'Das Rechnen, um praktisch sein zu können, muß auf empirischen Tatsachen beruhen.' – Warum soll es nicht lieber bestimmen, was empirische Tatsachen *sind*?

RFM VII 84[3] Meine Aufgabe ist es nicht über den Gödelschen Beweis (z.B.) zu reden; sondern an ihm vorbei zu reden.

RFM VII 84[4] & Die Aufgabe, die Zahl der Wege zu finden, auf denen man den Fugen dieser Mauern ohne abzusetzen & ohne Wiederholung entlangfahren kann, erkennt

84[5] &  
85[1]



jeder als *mathematische* Aufgabe. – Wäre die Zeichnung viel komplizierter & größer, nicht zu überblicken, so könnte man annehmen sie ändere sich, ohne das wir's merken, & dann wäre die Aufgabe, jene Zahl (die sich vielleicht gesetzmäßig ändert) zu finden, keine mathematische mehr. Aber auch wenn sie gleichbleibt, ist die Aufgabe dann nicht mathematisch. – Aber auch wenn die Mauer zu überblicken ist, so heißt das nicht, die Aufgabe ist eine mathematische – als sagte man: *diese* Aufgabe ist nun eine der Embryologie. Vielmehr: *hier* brauchen wir eine mathematische Lösung. (Wie: hier ist, was wir bedürfen, eine *Vorlage*.)

RFM VII 'Erkannten' wir das Problem als mathematisches, weil die Ma-  
85[2] thematik vom Nachfahren von Zeichnungen handelt?

RFM VII Warum sind wir also geneigt, *dieses* Problem schlechtweg ein  
85[3] & 'mathematisches' zu nennen? Weil wir es ihm gleich ansehen,  
86[1] daß hier die Beantwortung einer *mathematischen* Frage *so gut wie*  
alles ist, was wir brauchen. Obschon man das Problem, z.B.,  
leicht als ein psychologisches sehen könnte. Ähnliches von der  
Aufgabe, aus einem Blatt Papier das & das zu falten.

- RFM VII  
86[2] &  
87[1] Es kann so ausschauen, als ob die Mathematik hier eine Wissenschaft ist, die mit *Einheiten* Experimente macht, Experimente, bei denen es nämlich nicht auf die Arten der Einheiten ankommt, also nicht darauf, ob sie Erbsen, Glaskugeln, Striche, usw. sind. – Nur was von *allen* diesen gilt findet sie heraus. Also nichts über ihren Schmelzpunkt, aber, daß 2 und 2 von ihnen 4 sind. Und das Problem der Mauer № 1 ist eben ein mathematisches, d.h.: kann durch *diese* Art von Experiment gelöst werden. – Und worin das math. Experiment besteht? Nun, im Hinlegen & Verschieben von Dingen, Ziehen von Strichen, Anschreiben von Ausdrücken, Sätzen, etc. Und man muß sich dadurch nicht stören lassen, daß die äußere Erscheinung dieser Experimente nicht die physikalischer & chemischer, etc. hat, es Nur eine Schwierigkeit ist da: der Vorgang ist leicht genug zu sehen, zu beschreiben – aber *wie* ist es als Experiment anzuschauen? Welches ist hier der Kopf, welches der Fuß des Experiments? Welches sind die Bedingungen des Experiments, welches sein Resultat? Ist das Resultat das Rechnungsergebnis, oder das Rechnungsbild, oder die Zustimmung (worin immer diese besteht) des Rechnenden?
- RFM VII  
87[2] Werden aber, etwa, die Prinzipien der Dynamik zu Sätzen der reinen Mathematik dadurch, daß man ihre Interpretation offen läßt & sie nur zum Erzeugen eines Maßsystems verwendet?
- RFM VII  
87[3] “Der math. Beweis muß übersichtlich sein” – das hängt mit der Übersichtlichkeit jener Figur zusammen.

- RFM VII 87[4] & 88[1] Vergiß nicht: der Satz, der von sich selbst aussagt, er sei unbeweisbar, ist als *mathematische* Aussage aufzufassen – – denn das ist nicht *selbstverständlich*. Es ist nicht selbstverständlich, daß der Satz, die & die Struktur sei so & so nicht konstruierbar, als mathematischer Satz aufzufassen sei.
- RFM VII 88[2] D.h.: wenn man sagt: “er sagt von sich selbst aus” – so ist das auf eine spezielle Weise zu verstehen. Hier nämlich entsteht leicht Verwirrung durch den bunten Gebrauch des Ausdrucks “dieser Satz sagt etwas von ... aus”.
- RFM VII 88[3] In diesem Sinne sagt der Satz  $625 = 25 \times 25$  auch etwas über sich selbst aus: daß nämlich die linke Ziffer erhalten wird, wenn man die rechts stehenden multipliziert.
- RFM VII 88[4] Der Gödelsche Satz, der etwas über sich selbst aussagt, *erwähnt* sich selbst nicht.
- 89[1] Kann man nicht ebenso sagen, der Satz  $3 + 2 = 5$  sage von sich aus, er könne in eine Gruppe von 3 & eine von 2 Zeichen zerlegt werden?
- RFM VII 89[2] ‘Der Satz sagt, daß diese Zahl aus diesen Zahlen auf diese Weise nicht erhältlich ist.’ – Aber bist Du auch sicher, daß Du ihn recht ins Deutsche übersetzt hast? Ja gewiß, es scheint so. – Aber kann man da nicht fehlgehen?
- 89[3] Ein Stil, Maschinen zu bauen, in welchem man die wirksamen Räder, Hebel, etc. mit einer Zahl unwirksamer umgibt, die, z.B., nur eines ästhetischen Eindrucks wegen angebracht sind. (Ähnlich wie Scheinfester in einer Fassade.)

- RFM VII 89[4] & 90[1] Könnte man sagen: Gödel sagt, daß man einem math. Beweis auch muß trauen können, wenn man ihn, praktisch, als den Beweis der Konstruierbarkeit der Satzfigur nach den Beweisregeln auffassen will? Oder: Ein math. Satz muß als Satz einer auf sich selbst wirklich anwendbaren Geometrie aufgefaßt werden können. Und tut man das so zeigt es sich, daß man sich auf einen Beweis in gewissen Fällen nicht verlassen kann.
- 90[2] Wir erwarten das eine & werden von dem andern überrascht; aber die Kette der Gründe hat ein Ende.
- RFM VII 90[3] Die Grenzen der Empirie sind nicht unverbürgte Annahmen, oder intuitiv als richtig erkannte; sondern Arten & Weisen des Vergleichs & des Handelns.
- RFM VII 03.07.1941
- 90[4] & 91[1] & 92[1] 'Nehmen wir an, wir haben einen arithmetischen Satz, der sagt, eine bestimmte Zahl ... könne nicht aus den Zahlen ..., ..., ..., durch die & die Operationen gewonnen werden. Und nehmen wir an, es ließe sich eine Übersetzungsregel geben, nach welcher dieser arithm. Satz in die Ziffer jener ersten Zahl – die Axiome, aus denen wir versuchen ihn zu beweisen, in die Ziffern jener andern Zahlen – & unsere Schlußregeln in die im Satz erwähnten Operationen sich übersetzen ließen. – Hätten wir dann *den arithm Satz* aus den Axiomen nach unsern Schlußregeln abgeleitet, so hätten wir *dadurch* seine Ableitbarkeit demonstriert, aber auch einen Satz bewiesen, den man nach jener Übersetzungsregel dahin aussprechen kann: dieser arithm. Satz (nämlich unserer) sei unableitbar. Was wäre nun da zu tun? Ich denke mir, wir schenken unserer *Konstruktion* des Satzzei-

*chens* glauben, also dem *geometrischen* Beweis. Wir sagen also, diese 'Satzfigur' ist aus jenen so & so gewinnbar. Und übertragen, nur, in eine andre Notation heißt das: diese Ziffer ist mittels dieser Operationen aus jenen zu gewinnen. Soweit hat der Satz & sein Beweis nichts mit einer besondern *Logik* zu tun. Hier war jener konstruierte Satz einfach eine andere Schreibweise der konstruierten Ziffer; sie hatte die *Form* eines Satzes aber wir verglichen sie nicht mit andern Sätzen als Zeichen, welches dies oder jenes *sagt*, einen *Sinn* hat.

RFM VII  
92[2] Aber freilich ist zu sagen daß jenes Zeichen weder als Satzzeichen noch als Zahlzeichen angesehen werden braucht. – Frage Dich: was macht es zu dem einen, was zu dem anderen?

RFM VII  
92[3] &  
93[1] Lesen wir nun den konstruierten Satz (oder die Ziffer) als Satz der mathematischen Sprache (etwa auf Deutsch), so spricht er das Gegenteil von dem, was wir eben als bewiesen betrachtet. Wir haben also den wörtlichen Sinn des Satzes als falsch demonstriert & ihn zu gleicher Zeit *bewiesen* – wenn wir nämlich seine Konstruktion aus den zugelassenen Axiomen mittels der zugelassenen Schlußregeln als Beweis betrachten.

RFM VII  
93[2] Wenn jemand uns einwürfe, wir könnten solche *Annahmen* nicht machen, da es *logische* oder *mathematische* Annahmen wären, so antworten wir, daß nur nötig ist anzunehmen jemand habe einen Rechenfehler gemacht & sei *dadurch* zu dem Resultat gelangt, das wir 'annehmen', & er könne diesen Rechenfehler vorderhand nicht finden.

- VB  
93[3] Die Menschen die immerfort 'warum' fragen, sind wie die Touristen, die, im Baedeker lesend, vor einem Gebäude stehen & durch das Lesen der Entstehungsgeschichte etc. etc. daran gehindert werden, das Gebäude zu *sehen*.
- RFM VII  
94[1] Hier kommen wir wieder auf den Ausdruck "der Beweis überzeugt uns" zurück. Und was uns hier an der Überzeugung interessiert, ist weder ihr Ausdruck durch Stimme oder Gebärde, noch das Gefühl der Befriedigung oder ähnliches; sondern ihre Betätigung in der Verwendung des Bewiesenen.
- RFM VII  
94[2] Man könnte mit Recht fragen, welche Wichtigkeit Gödel's Beweis für unsre Arbeit habe. Denn ein Stück Mathematik kann nicht Probleme von der Art der unsern lösen. – Die Antwort ist: daß die *Situation* uns interessiert, in die ein solcher Beweis uns bringt. 'Was sollen wir nun sagen?' – das ist unser Thema.
- RFM VII  
95[1] 04.07.1941  
Es kommt uns viel zu selbstverständlich vor, daß wir "wieviele?" fragen & darauf zählen & rechnen!
- RFM VII  
95[2] So seltsam es klingt, so scheint meine Aufgabe das Gödelsche Theorem betreffend (bloß) darin zu bestehen, klar zu stellen, was in der Mathematik so ein Satz bedeutet, wie: "angenommen, man könnte dies beweisen".
- RFM VII  
95[3] Zählen wir, weil es praktisch ist zu zählen? Wir zählen! – Und so rechnen wir auch.
- 95[4] Überdenke: 'Einfach hersagen: "eins, zwei, drei, vier, ..." – ist reine Mathematik treiben; Dinge zählen, angewandte.'

- RFM VII 95[5] Man kann auf Grund eines Experiments – oder wie man es sonst nennen will – manchmal die Maßzahl des Gemessenen, manchmal aber auch das geeignete Maß bestimmen.
- RFM VII 96[1] So ist also die Maßeinheit das Resultat von Messungen? Ja & nein. Nicht das Messungsergebnis, aber vielleicht die *Folge* von Messungen.
- RFM VII 96[2] Es wäre also *eine* Frage: “hat uns die Erfahrung gelehrt, *so* zu rechnen?” – & eine andere: “ist die Rechnung ein Experiment?”.
- RFM VII 05.03.1944  
96[3] & 97[1] Aber läßt sich nicht alles aus allem nach irgend einer Regel – ja nach *jeder* Regel mit entsprechender Deutung – ableiten? Was heißt es, wenn ich z.B. sage: Diese Zahl läßt sich durch Multiplikation jener beiden erhalten? Frage Dich: wann gebraucht man diesen Satz? Nun, es ist z.B. kein psychologischer Satz, der sagen soll, was Menschen unter gewissen Bedingungen tun werden, was sie befriedigen wird; es ist auch kein physikalischer das Benehmen von Zeichen auf dem Papier betreffend. Er wird nämlich in einer andern Umgebung, als ein psychologischer, oder physikalischer, angewandt.

- RFM VII  
97[2] Nimm an Menschen lernen rechnen, ungefähr, wie sie es tatsächlich tun; aber stell Dir nun verschiedene 'Umgebungen' vor, die das Rechnen einmal zu einem psychologischen Experiment, einmal zu einem physikalischen mit den Rechenzeichen, einmal zu etwas anderem macht! Wir nehmen an die Kinder lernen zählen & die einfachen Rechnungsarten durch Nachahmen, Aufmunterung & Zurechtweisung. Aber von einem gewissen Punkt wird nun die Nichtübereinstimmung der Rechnenden (also etwa die Rechenfehler) nicht als etwas Schlechtes, sondern als etwas psychologisch Interessantes behandelt. "Also das hieltest Du damals für richtig?" heißt es, "wir Andern haben es alle *so* gemacht".
- RFM VII  
98[1] Ich will sagen: daß das, was wir Mathematik, die *mathematische* Auffassung des Satzes  $13 \times 14 = 182$ , nennen mit der besonderen Stellung zusammenhängt, die wir zu der Tätigkeit des Rechnens einnehmen. Oder, die besondere Stellung, die die Rechnung ... in unserm Leben, in unsern übrigen Tätigkeiten hat. Das Sprachspiel in dem sie steht.
- RFM VII  
98[2] Man kann ein Musikstück auswendig lernen, um es richtig spielen zu können; aber auch in einem psychologischen Experiment, um das Arbeiten des musikalischen Gedächtnisses zu untersuchen. Man könnte es aber auch dem Gedächtnis einprägen um danach irgendwelche Veränderungen in der Partitur zu beurteilen.

- RFM VII 98[3] & 99[1] Ein Sprachspiel: Ich rechne Multiplikationen & sage dem Andern: wenn Du richtig rechnest wird das & das herauskommen; worauf er die Rechnung ausführt und sich der Richtigkeit, & manchmal der Falschheit, meiner Voraussage freut. Was setzt dieses Sprachspiel voraus? Daß 'Rechenfehler' leicht zu finden sind & immer Übereinstimmung über Richtigkeit, oder Falschheit der Rechnung rasch erzielt wird.
- RFM VII 99[2] "Wenn Du mit jedem Schritt übereinstimmen wirst, wirst Du zu diesem Resultat gelangen."
- RFM VII 99[3] Was ist das Kriterium dafür, daß ein Schritt der Rechnung richtig ist; ist es nicht, daß mir der Schritt richtig erscheint, & anderes von der gleichen Art? Was ist das Kriterium dafür, daß ich zweimal die gleiche Ziffer hinschreibe? Ist es nicht, daß mir die Ziffern gleich *erscheinen*, & ähnliches?
- RFM VII 99[4] Was ist das Kriterium dafür, daß ich hier dem Paradigma gefolgt bin?
- RFM VII 100[1] "Wenn Du sagen wirst, daß jeder Schritt richtig ist, wirst Du das herausbekommen."
- RFM VII 100[2] Die Voraussage ist eigentlich: Du wirst, wenn Du Dein Tun für richtig hältst, *das* tun. Du wirst, sofern Du jeden Schritt für richtig anerkennst, diesen Weg gehen. – Daher auch zu diesem Ende gelangen.
- RFM VII 100[3] *Logisch* wird geschlossen, wenn keine Erfahrung der Konklusion widerstreiten kann, sie widerstreite denn den Prämissen. D.h., wenn der Schluß nur eine Bewegung in der Darstellung ist.

RFM VII  
100[4] &  
101[1] In einem Sprachspiel werden Sätze gebraucht; Meldungen, Befehle, u. dergl. Und nun werden auch Rechensätze von den Personen verwendet. Sie sagen sie etwa zu sich selbst, zwischen den Befehlen und Meldungen.

RFM VII  
101[2] &  
102[1] 06.03.1944  
Ein Sprachspiel, in dem Einer nach einer Regel rechnet & nach den Rechnungsergebnissen Steine eines Baues setzt. Er hat gelernt mit Schriftzeichen nach Regeln zu operieren. – Wer den Vorgang dieses Lehrens & Lernens beschreibt hat alles gesagt, was sich über das richtige Handeln nach der Regel sagen läßt. Wir können nicht weiter gehen. Es nützt z.B. nichts zum Begriff der Übereinstimmung zurück zu gehen, weil es nicht sicherer ist, daß eine Handlung mit einer andern übereinstimmt, als daß die Handlung einer Regel gemäß geschehen ist. Es ist ja, nach einer Regel vorgehen, auch auf eine Übereinstimmung gegründet

RFM VII  
102[2] Wie gesagt, worin einer Regel (richtig) folgen besteht, kann man nicht *näher* beschreiben, als indem man das *Lernen* des 'Vorgehens nach der Regel' beschreibt. Und diese Beschreibung ist natürlich eine alltägliche, wie die des Kochens, oder Nähens etwa. Sie setzt schon soviel voraus, wie diese. Sie unterscheidet Eins vom Andern; informiert also einen Menschen, der etwas ganz bestimmtes nicht weiß. (Vergl. Bemerkung: die Philosophie verwende keine vorbereitende Sprache etc.)

RFM VII  
102[3] &  
103[1] 07.03.1944

Denn wer mir beschreibt, wie Leute zum Befolgen einer Regel abgerichtet werden & wie sie richtig drauf reagieren, wird selber in der Beschreibung eine Regel gebrauchen & ihr Verständnis bei mir voraussetzen.

RFM VII  
103[2] Wir haben also jemand die Technik des Multiplizierens beigebracht. Dabei verwenden wir Wörter der Aufmunterung & der Zurückweisung. Wir werden ihm auch manchmal das *Ziel* der Multiplikation anschreiben. "Das mußst Du erhalten, wenn es richtig sein soll" können wir ihm sagen.

RFM VII  
103[3] &  
104[1] Kann nun der Schüler aber widersprechen & sagen: 'Woher weißt Du das? Und ist, was Du willst, daß ich der Regel folgen soll, oder daß ich dies Resultat erhalten soll? Denn die beiden brauchen ja nicht zusammen zu treffen.'" Nun, wir nehmen nicht an, daß der Schüler das sagen kann; wir nehmen an daß er die Regel von beiden Seiten her gelten läßt. Daß er den einzelnen Schritt & das Rechnungsbild – & also das Rechnungsergebnis – als Kriterien der Richtigkeit auffaßt, & daß, wenn diese nicht übereinstimmen er an eine Verwirrung der Sinne glaubt.

RFM VII  
104[2] Ist es nun denkbar, daß einer der Regel richtig folgt & zu verschiedenen Malen beim Multiplizieren  $15 \times 13$  doch verschiedene errechnet? Daß kommt darauf an, *welche Kriterien* er für das richtige Folgen gelten läßt. In der Mathematik ist das Resultat selbst auch ein Kriterium des richtigen Rechnens. So aufgefaßt ist es also undenkbar der Regel richtig zu folgen & verschiedene Rechnungsbilder zu erhalten.

- RFM VII 104[3] & 105[1] Das Nicht-Geltenlassen des Widerspruchs charakterisiert die Technik der Verwendung der Wahrheitsfunktionen. Lassen wir den Widerspruch gelten, so heißt das, daß wir die Verwendung der Wahrheitsfunktionen ändern; als faßten wir z.B. eine doppelte Verneinung nicht mehr als Bejahung auf. Und diese Änderung wäre von Bedeutung, da die Technik unserer Logik ihrem Charakter nach zusammenhängt mit – – –
- RFM VII 105[2] “Die Regeln zwingen mich zu etwas”, nun das kann man schon sagen, weil, was mir mit der Regel übereinzustimmen scheint ja nicht von meiner Willkür abhängt. Daher kann es ja geschehen daß ich die Regeln eines Brettspiels ersinne & nachträglich herausfinde daß in diesem Spiel wer anfängt gewinnen *muß*. Und so ähnlich ist es ja, wenn ich finde, daß die Regeln zu einem Widerspruch führen.
- RFM VII 105[3] 08.03.1944  
Ich bin nun gezwungen anzuerkennen, daß das eigentlich kein Spiel ist.
- RFM VII 106[1] ‘Die Regeln des Multiplizierens, einmal angenommen, zwingen mich nun anzuerkennen, daß ...  $\times$  ... gleich ... ist.’ Angenommen, daß es mir unangenehm wäre, dies anzuerkennen. Soll ich sagen: “Nun, das kommt von dieser Art Abrichtung. Menschen die so abgerichtet, so konditioniert, sind, kommen dann in solche Schwierigkeiten.”?

RFM VII 106[2] & 107[1] 'Wie zählen wir im Dezimalsystem?' – "Wir schreiben auf 1, 2, auf 2, 3 ... – auf 13 14 ... auf 123 124, *u.s.f.*" – Das ist eine Erklärung für den, der zwar irgend etwas nicht wußte, das 'u.s.f.' aber verstand. Und es verstehen, heißt, es nicht als Abkürzung verstehen; es heißt *nicht*, daß er jetzt im Geiste eine viel längere Reihe als die meiner Beispiele sieht. Daß er es versteht, zeigt sich darin, daß er nun gewisse Anwendungen macht, in gewissen Fällen *dies* sagt & *so* handelt.

RFM VII 107[2] "Wie zählen wir im Dezimalsystem?" – ... – Nun, ist das keine Antwort? – Aber nicht für den, der das "u.s.f." nicht versteht. – Aber kann unsere Erklärung es ihm nicht begreiflich gemacht haben? Kann er durch sie nicht die Idee der Regel erhalten haben? – Frage Dich, was die Kriterien dafür sind, daß er diese Idee nun erhalten hat.

RFM VII 107[3] Was zwingt mich denn? – Der Ausdruck der Regel? – Ja; wenn ich einmal so erzogen bin. Aber kann ich sagen, er zwingt mich, ihm zu folgen? Ja; wenn man sich hier die Regel nicht als Linie denkt, der ich nachfahre, sondern als Zauberspruch der uns im Bann hält.

["schlichter Unsinn, & Beulen ..."]

RFM VII 107[4] & 108[1] Warum soll man nicht sagen der Widerspruch, z.B. 'heteronom'  $\in$  heteronom  $\equiv = \sim$  ('heteronom'  $\in$  heteronom), zeige eine logische Eigenschaft des Begriffs 'heteronom'?

RFM VII  
108[2]     “‘Zweisilbig’ ist heteronom“, oder “‘dreisilbig ist nicht heteronom“ sind Erfahrungssätze. Es könnte in irgend einem Zusammenhang wichtig sein, herauszufinden, ob Eigenschaftswörter die Eigenschaften besitzen, die sie bezeichnen, oder nicht. Man gebraucht dann in einem Sprachspiel das Wort “heteronom“. Aber soll nun der Satz “‘h’ ∈ h“ ein Erfahrungssatz sein? Er ist es offenbar nicht & wir würden ihn auch, wenn wir den Widerspruch nicht gefunden haben, nicht als einen Satz in unserm Sprachspiel zulassen.

RFM VII     09.03.1944  
108[3] &  
109[1]     ‘h’ ∈ h ≡ ~ (‘h’ ∈ h) könnte man ‘eine wahre Kontradiktion’ nennen. – Aber diese Kontradiktion ist doch kein sinnvoller Satz! Wohl, aber die Tautologien der Logik sind es ja auch nicht.

RFM VII     ‘Die Kontradiktion ist wahr’ heißt hier: sie ist bewiesen; abgeleitet aus den Regeln für das Wort “h“. Ihre Verwendung ist, zu zeigen, daß “h“ eines jener Wörter ist, welche in “ξ ∈ b“ eingesetzt keinen Satz ergeben.

RFM VII     “Die Kontradiktion ist wahr“ heißt: Das ist wirklich ein Widerspruch, & Du darfst also das Wort ‘h’ als Argument von ‘ξ ∈ h’ nicht verwenden.

- RFM VII 109[4] & 110[1] Ich bestimme ein Spiel & sage: "Machst Du diese Art Zug, so ziehe ich *so*, machst Du jene, so ziehe ich *so*. – Jetzt spiele!" Und nun macht er einen Zug, oder etwas, was ich auch als Zug anerkennen muß, & wenn ich nach meinen Regeln weiterspielen will, so erweist sich, was immer ich tue, als unrichtig. Wie konnte das geschehen? Als ich Regeln aufstellte, da *sagte* ich etwas. Ich folgte einem gewissen Brauch. Ich sah nicht voraus, was wir weiter tun würden, oder sah nur eine bestimmte Möglichkeit. Es war nicht anders, als hätte ich Einem gesagt: „Mit diesen Figuren kannst Du nicht mattsetzen“ & hätte eine bestehende Möglichkeit des Mattsetzens übersehen.
- RFM VII 110[2] & 111[1] Die verschiedenen, halb scherzhaften, Einkleidungen des logischen Paradoxes sind nur in sofern interessant als sie einen daran erinnern, daß eine ernsthafte Einkleidung des Paradoxes von Nöten ist, um seine Funktion eigentlich zu verstehen. Es fragt sich: Welche Rolle kann ein solcher 'logischer Irrtum' in einem Sprachspiel spielen?
- RFM VII 111[2] Man gibt jemandem etwa Instruktionen, wie er in dem & dem Fall zu handeln hat; & diese Instruktionen erweisen sich später als *unsinnig*.

- RFM VII 111[3] Das logische Schließen ist ein Teil eines Sprachspiels. Und zwar folgt, der im Sprachspiel logische Schlüsse ausführt, gewissen Instruktionen, die beim Lernen des Sprachspiels selber gegeben wurden. Baut der Gehilfe etwa nach gewissen Befehlen ein Haus, so hat er das Herbeitragen der Baustoffe etc. von Zeit zu Zeit zu unterbrechen & gewisse Operationen mit Zeichen auf einem Papier auszuführen; worauf er, dem Resultat entsprechend, wieder zu seiner Bauarbeit zurückkehrt.
- RFM VII 112[1] Denke Dir einen Vorgang, in welchem jemand, der einen Karren schiebt darauf gekommen ist, daß er die Radachse reinigen muß, wenn der Karren sich zu schwer schieben läßt. Ich meine nicht, daß er zu sich sagt: "immer, wenn der Karren sich nicht schieben läßt, ...". Sondern er *handelt* einfach so. Und nun kommt er darauf einem Andern zuzurufen: "Der Karren geht nicht; reinige die Achse, oder auch: "Der Karren geht nicht. Also muß die Achse gereinigt werden". Nun das ist ein Schluß. Kein logischer, freilich.
- RFM VII 112[2] Kann ich nun sagen: "Der nicht-logische Schluß kann sich als falsch erweisen; der logische nicht"?
- RFM VII 112[3] & 113[1] Ist der logische Schluß richtig, wenn er den Regeln gemäß gezogen wurde; oder, wenn er *richtigen* Regeln gemäß gezogen wird? Wäre es z.B. falsch, wenn man sagte, aus  $\sim p$  solle immer  $p$  gefolgert werden? Aber warum soll man nicht lieber sagen: so eine Regel gäbe den Zeichen " $\sim p$ " & " $p$ " nicht ihre gewöhnliche Bedeutung?

- RFM VII 113[2] Man kann es so auffassen – will ich sagen – daß die Schlußregeln den Zeichen ihre Bedeutung geben, weil sie Regeln der Verwendung dieser Zeichen sind. Daß die Schlußregeln zur Bestimmung der Bedeutung der Zeichen gehören. In diesem Sinne können die Schlußregeln nicht falsch, oder richtig sein.
- RFM VII 113[3] A hat beim Bau die Länge & Breite einer Fläche gemessen & gibt dem B den Befehl: "Bring 15 × 18 Platten". B ist dazu abgerichtet zu multiplizieren & dem Resultat entsprechend eine Menge von Platten abzuzählen.
- RFM VII 113[4] & 114[1] Der Satz "15 × 18 = 270" braucht natürlich nie ausgesprochen zu werden.  
10.03.1944
- RFM VII 114[2] Man könnte sagen: Experiment – Rechnung sind Pole, zwischen welchen sich menschliche Handlungen bewegen.
- RFM VII 114[3] Wir konditionieren einen Menschen in dieser & dieser Weise; wirken dann auf ihn durch eine Frage ein; & erhalten ein Zahlzeichen. Dieses verwenden wir weiter zu unsern Zwecken & es erweist sich als praktisch. Das ist das Rechnen. – Noch nicht! Dies könnte ein sehr *zweckmäßiger* Vorgang sein – muß aber nicht sein, was wir 'rechnen' nennen. Wie man sich denken könnte, daß zu Zwecken denen heute unsere Sprache dient Laute ausgestoßen würden, die doch keine Sprache bildeten. Zum Rechnen gehört, daß alle die richtig rechnen dasselbe Rechnungsbild produzieren. Und 'richtig rechnen' heißt nicht: bei klarem Verstande, oder ungestört rechnen, sondern *so* rechnen.

- 115[1] Das Unphilosophische an Gödels Aufsatz besteht darin, daß er das Verhältnis der Mathematik & ihrer Anwendung nicht sieht. Er hat hier die schleimigen Begriffe der meisten Mathematiker.
- RFM VII  
115[2] Jeder math. Beweis stellt das math. Regelgebäude auf einen neuen Fuß.
- RFM VII  
115[3] Ich habe mich gefragt: Ist Mathematik mit rein phantastischer Anwendung nicht auch wirkliche Mathematik? – Aber es fragt sich: Nennen wir es ‘Mathematik’ nicht etwa nur darum weil es hier Übergänge, Brücken gibt von der phantastischen zur nicht-phantastischen Anwendung? D.h.: würden wir sagen, Leute besäßen eine Mathematik, die das Rechnen, Operieren mit Zeichen, *bloß* zu okkulten Zwecken benützten?
- RFM VII  
115[4] &  
116[1] Aber ist es dann doch nicht unrichtig zu sagen: das der Mathematik *Wesentliche* sei, daß sie Begriffe bilde? – Denn die Mathematik ist doch ein anthropologisches Phänomen. Wir können es also als das Wesentliche in einem großen Teil der Mathematik (dessen was ‘Mathematik’ genannt wird) erkennen & doch sagen, es spiele keine Rolle in anderen Gebieten. Diese Einsicht allein wird freilich nicht ohne Einfluß auf die sein, die die Mathematik nun so sehen lernen. Mathematik ist also eine Familie; aber das sagt nicht daß es uns also gleich sein wird, was alles in sie aufgenommen wird.
- RFM VII  
116[2] Man könnte sagen: verstündest Du *keinen* mathematischen Satz besser als (Du) das Mult. Ax. verstehst, so verstündest Du Mathematik *nicht*.

- 116[3] & 117[1] Gibt es nicht ein Versuchen ob  $(pq)^2$  (wo p und q Kardinalzahlen sind) 2 ergibt? Nun worin besteht es: das prüfen. Er rechnet für verschiedene Werte  $(pq)^2$  & sieht, ob das Resultat 2 ist, oder sich 2 nähert, etc. Aber ist es klar worin dies Nachsehen & Vergleichen besteht? Nein. Und wie ist es: ist es etwas anders zu prüfen, ob  $(pq)^2=2$  & zu prüfen ob  $(pq)^2 \neq 2$  ist?
- 117[2] Aber was prüfe ich nun: ist es das Zeichen " $(pq)^2=2$ ", oder der Inhalt dieses Satzes? – Nun, was tue ich? Ich *operiere* mit diesem Zeichen. Wenn Du das ein 'Prüfen' nennen willst so sage meinetwegen Du prüfest dies, oder jenes; solange Du nur weißt, was wirklich geschieht.
- 117[3] Übrigens ist hier die Gleichung, die man prüft nicht notwendigerweise als der Satz aufzufassen, es gäbe zwei Zahlen p & q für welche ....
- RFM VII  
117[4] & 118[1] – Hier ist ein Widerspruch. Aber wir sehen ihn nicht & ziehen Schlüsse aus ihm. Etwa auf mathematische Sätze; & auf falsche. Aber wir erkennen diese Schlüsse an. – Und bricht nun eine von uns berechnete Brücke zusammen, so finden wir dafür eine andere Ursache, oder sagen, Gott habe es so gewollt. War nun unsre Rechnung falsch; oder war es keine Rechnung? Gewiß, wenn wir als Forschungsreisende nun die Leute betrachten, die es so machen, werden wir vielleicht sagen: diese Leute rechnen überhaupt nicht. Oder: in ihren Rechnungen sei ein Element der Willkür, welches das Wesen ihrer Mathematik von dem der unsern unterscheidet. Und doch würden wir nicht leugnen können daß die Leute eine Mathematik haben.

- RFM VII 118[2] & 119[1] Was für Regeln muß der König geben, damit er der unangenehmen Situation von nun an entgeht, in die ihn sein Gefangener gebracht hat? – Was für eine Art Problem ist das? – Es ist doch ähnlich diesem: Wie muß ich die Regeln dieses Spiels abändern, daß die & die Situation nicht eintreten kann. Und das ist eine mathematische Aufgabe.
- RFM VII 119[2] Aber kann es denn eine mathematische Aufgabe sein, die Mathematik zur Mathematik zu machen?
- RFM VII 119[3] Kann man sagen: “Nachdem dies mathematische Problem gelöst war, begannen die Menschen eigentlich zu rechnen”?
- RFM VII 119[4] & 120[1] 11.03.1944  
Was ist das für eine Sicherheit, wenn sie darauf beruht, daß unsre Banken tatsächlich im allgemeinen nicht von allen ihren Kunden auf einmal überrannt *werden*; aber bankrott würden, wenn es doch geschähe?! Nun es ist eine *andere* Art von Sicherheit als die primitivere; aber es ist doch eine Sicherheit. Ich meine: wenn nun wirklich in der Arithmetik ein Widerspruch gefunden würde – nun so bewiese das nur, daß eine Arithmetik mit einem *solchen* Widerspruch sehr gute Dienste leisten konnte; & es besser sein wird, wenn wir unsern Begriff der notwendigen Sicherheit modifizieren als zu sagen, das wäre eigentlich noch keine rechte Arithmetik gewesen.
- RFM VII 120[2] “Aber es ist doch nicht die ideale Sicherheit?” – Ideal, – für welchen Zweck?
- RFM VII 120[3] Die Regeln des logischen Schließens sind Regeln des *Sprachspiels*.

- 120[4] & 121[1] "Ist der Satz '18 × 15 = 270' ein Erfahrungssatz?" – Beruht er nicht auf einer Erfahrung; auf der, daß die Rechnung dies ergab? Richtiger freilich, daß das *Rechnen* dies ergab; denn "Rechnung" darf hier nicht bedeuten: das Rechnungsbild. Es war eine *Erfahrung*, diese Rechnung machen, dies Rechnungsbild (& also auch sein Resultat) erzeugen. Aber beschreibt der Satz diese Erfahrung? Ist es also wahr, wenn ich so gerechnet habe, ob das nun richtig oder falsch war?
- 121[2] Kann also ein Satz auf einer Erfahrung beruhen & doch kein Erfahrungssatz sein?
- 121[3] Der Satz beruht auf der Erfahrung, daß ich so abgelaufen bin, oder, daß wir so ablaufen. Aber, "er sagt, daß wir so ablaufen" bedeutet eine bestimmte Verwendung des Satzes im Sprachspiel.
- 121[4] Zu sagen "der Satz beruht auf der Erfahrung, ..." sagt: der Satz wird von Menschen erzeugt, die die so & so abgerichtet sind.
- 121[5] Und die Verwendung des Rechensatzes ist *nicht* die des psychologischen Satzes.
- RFM VII 12.03.1944
- 122[1] Was für eine *Art* von Satz ist: "Die Klasse der Löwen ist kein Löwe, aber die Klasse der Klassen eine Klasse". Wie wird er verifiziert? Wie könnte man ihn *verwenden*? – So viel ich sehe, nur als grammatische Aussage. Jemand drauf aufmerksam zu machen, daß der Ausdruck "die Klasse der Löwen" nicht die Bezeichnung eines Löwen ist, daß aber Klassen eine Klasse bilden können.

- RFM VII 122[2] Man kann sagen, daß Wort "Klasse" werde reflexiv gebraucht, auch wenn man, z.B., die Russellsche Theorie der Typen anerkennt. Denn es wird ja doch auch in ihr reflexiv verwendet.
- RFM VII 122[3] & 123[1] Freilich ist, in diesem Sinn zu sagen, die Klasse der Löwen sei kein Löwe etc., ähnlich, als sagte jemand, er habe ein "e" für ein "n" gehalten, wenn er eine Kugel für einen Kegel ansieht.
- RFM VII 123[2] Das plötzliche Umwechselln der Auffassung des Bildes eines Würfels & die Unmöglichkeit "Löwe" & "Klasse" als vergleichbare Begriffe zu sehen.
- RFM VII 123[3] Der Widerspruch sagt: "Nimm Dich in Acht ...".
- RFM VII 123[4] Wie aber wenn man einem bestimmten Löwen (dem König der Löwen etwa) den Namen "Löwe" gibt? Nun wirst Du sagen: aber es ist doch klar daß im Satz "Löwe ist ein Löwe" das Wort "Löwe" auf zwei verschiedene Arten gebraucht wird. (Log. Phil. Abh.) Aber kann ich sie nicht zu *einer* Art des Gebrauchs zählen?
- RFM VII 123[5] & 124[1] Aber wenn in dieser Weise der Satz "Löwe ist ein Löwe" gebraucht würde: würde ich den auf nichts aufmerksam machen, den ich auf die Verschiedenheit der Verwendung der beiden "Löwe" aufmerksam machte?
- RFM VII 124[2] Man kann ein Tier daraufhin untersuchen, ob es eine Katze ist. Aber den Begriff Katze kann man so jedenfalls nicht untersuchen.

- RFM VII 124[3] Wenn auch "die Klasse der Löwen ist kein Löwe" wie ein Unsinn erscheint, dem man nur aus Höflichkeit einen Sinn beilegen könne; so will ich diesen Satz doch nicht so auffassen, sondern als (einen) rechten Satz, wenn er nur richtig aufgefaßt wird. (Also nicht so wie in Log. Phil. Abh.) Meine Auffassung ist also hier sozusagen anders. Aber das heißt, daß ich sage: es gibt auch ein Sprachspiel mit *diesem* Satz.
- RFM VII 124[4] "Die Klasse der Katzen ist keine Katze." – Woher weißt Du das?
- RFM VII 13.03.1944  
124[5] & 125[1] In der Tierfabel heißt es: "Der Löwe ging mit dem Fuchs spazieren", nicht *ein* Löwe mit einem Fuchs; noch auch der Löwe so & so mit dem Fuchs so & so. Und hier ist es doch wirklich so, als ob die Gattung Löwe als ein Löwe gesehen würde. (Es ist nicht so, wie Lessing sagt, als ob statt irgendeinem Löwen ein bestimmter gesetzt würde. "Grimmbart der Dachs" heißt nicht: ein Dachs mit Namen "Grimmbart".)
- RFM VII 126[1] Denk Dir eine Sprache, in der die Klasse der Löwen "der Löwe aller Löwen genannt wird", die Klasse der Bäume "der Baum aller Bäume", etc. – weil sie sich vorstellen alle Löwen bildeten *einen* großen Löwen. [Wir sagen: "Gott hat den Menschen geschaffen".] Dann könnte jemand das Paradox aufstellen, es gäbe keine bestimmte Anzahl aller Löwen. Etc.
- RFM VII 126[2] Wäre es aber etwa unmöglich, in so einer Sprache zu zählen & zu rechnen?

- RFM VII  
126[3] Man könnte sich fragen: Welche Rolle kann ein Satz, wie "Ich lüge immer", im menschlichen Leben spielen? Und da kann man sich Verschiedenes vorstellen.
- RFM VII  
126[4] 14.03.1944  
Ist die Umrechnung einer Länge von Zoll auf cm ein logischer Schluß? "Der Würfel ist 2 Zoll lang. – Also ist er ungefähr 50 mm lang." Ist das ein *logischer* Schluß?
- RFM VII  
127[1] Ja aber ist nicht eine Regel etwas willkürliches? Etwas, was ich *festsetze*? Und könnte ich festsetzen, daß die Multiplikation  $18 \times 15$  *nicht* 270 ergeben solle? – Warum nicht? – Aber dann ist sie eben nicht nach der Regel geschehen, die ich zuerst festgesetzt, & deren Gebrauch ich eingeübt hatte. Ist denn etwas, was aus einer Regel folgt, (wieder) eine Regel? Und wenn nicht, – was für eine Art von Satz soll ich es nennen?

RFM VII 127[2] & 128[1] & 129[1] "Es ist den Menschen ... unmöglich einen Gegenstand als von sich selbst verschieden anzuerkennen." Ja, wenn ich nur eine Ahnung hätte, wie es gemacht wird, – ich versuchte es gleich! – Aber wenn es uns unmöglich ist einen Gegenstand als von sich selbst verschieden anzuerkennen, so ist es also wohl möglich zwei Gegenstände als von einander verschieden anzuerkennen? Ich habe also etwa zwei Sessel vor mir & erkenne an daß es *zwei* sind. Aber da kann ich doch unter Umständen auch glauben, daß es nur *einer* ist; & in *diesem* Sinne kann ich auch einen für zwei halten. – Aber damit erkenne ich doch nicht den Sessel als von sich selbst verschieden an! Wohl; aber dann habe ich auch nicht die zwei als voneinander verschieden anerkannt. Wer glaubt, er könne dies tun –, & eine Art psychologisches Spiel spielt, der übersetze dies in ein Spiel der Gesten. Wenn er zwei Gegenstände vor sich hat, zeige er mit jeder Hand auf einen von ihnen; gleichsam als wolle er ihnen andeuten, daß sie autonom seien. Hat er nur einen Gegenstand vor sich, so deutet er mit beiden Händen auf ihn um anzudeuten, daß man keinen Unterschied zwischen ihm & ihm selbst machen kann. – Warum soll man nun aber nicht das Spiel in umgekehrter Weise spielen?

RFM VII 129[2] & 130[1] 15.03.1944 Die Worte "richtig" & "falsch" werden beim Unterricht im Vorgehen nach der Regel gebraucht. Das Wort "richtig" läßt den Schüler gehen, das Wort "falsch" hält ihn zurück. Könnte man nun dem Schüler diese Worte erklären indem man statt ihrer setzt: "das stimmt mit der Regel überein – das nicht"? Nun, wenn er einen Begriff vom Übereinstimmen hat. Aber wie,

wenn dieser eben erst gebildet werden muß? (Es kommt darauf an, wie er auf das Wort "übereinstimmen" reagiert.)

RFM VII  
130[2] Man lernt nicht einer Regel folgen, indem man zuerst den Gebrauch des Wortes "Übereinstimmung" lernt.

RFM VII  
130[3] Vielmehr lernt man die Bedeutung von "Übereinstimmen", indem man einer Regel folgen lernt.

RFM VII  
130[4] Wer verstehen will, was es heißt: "einer Regel folgen", der muß doch selbst einer Regel folgen können.

RFM VII  
130[5] &  
131[1] "Wenn Du diese Regel annimmst, *mußt* Du das tun." – Das kann heißen: die Regel läßt Dir hier nicht zwei Wege offen. (Ein mathematischer Satz.) Ich meine aber: die Regel führt Dich wie ein Gang mit festen Mauern. Aber dagegen kann man doch einwenden, die Regel ließe sich auf alle mögliche Weisen deuten. – Die Regel steht hier wie ein *Befehl*. Und *wirkt* auch wie ein Befehl.

RFM VII  
131[2] &  
132[1] Ein Sprachspiel: Etwas *Anderes* bringen; das *Gleiche* bringen. Nun wir können uns vorstellen, wie es gespielt wird. – Aber wie kann ich es Einem erklären? Ich kann ihm *diesen* Unterricht geben. – Aber wie weiß er dann, was er das nächste Mal als 'Gleiches' bringen soll – mit welchem Recht kann *ich* sagen, daß er das richtige, oder falsche, gebracht hat? – Ja, ich weiß freilich, daß (hier) in gewissen Fällen Menschen auf mich einstürmen würden mit den Zeichen der Mißbilligung. Und heißt das nun etwa, die Definition von "Gleich" wäre die: gleich sei, was alle Menschen für gleich hielten? – Freilich nicht.

RFM VII  
132[2] Denn, um Gleichheit zu konstatieren, benütze ich ja natürlich nicht die Übereinstimmung der Menschen. Welches Kriterium verwendest Du also? Gar keins.

RFM VII  
132[3] Das Wort ohne Rechtfertigung zu gebrauchen, heißt nicht, es zu Unrecht gebrauchen.

132[4] &  
133[1] Soll ich sagen: das Kriterium der Gleichheit sei, daß mir etwas gleich vorkommt? – Aber wie weiß ich, daß ich den Ausdruck “gleich vorkommen” wieder in gleicher Weise gebrauche? – Aber sage ich nicht es ist gleich, weil es mir gleich vorkommt? Worin besteht es, daß mir diese Farbe gleich jener erscheint? Kann die charakteristische Reaktion nicht die sein, daß ich *sage*: diese ist gleich der?

RFM VII  
133[2] Das Problem des vorigen Sprachspiels [No ...] gibt es natürlich auch in dem: Bringe mir etwas Rotes. Denn woran erkenne ich, daß etwas rot ist? An der Übereinstimmung der Farbe mit einem Muster? – Mit welchem Recht sage ich: “Ja, das ist rot.”? Nun, ich sage es; & es läßt sich nicht rechtfertigen. Und auch für dieses Sprachspiel, wie für das vorige, ist es charakteristisch, daß es sich unter der ruhigen Zustimmung aller Menschen vollzöge.

133[3] 16.03.1944

Die Verteilung der Primzahlen wäre ein ideales Beispiel für das, was man synthetisch a priori nennen könnte, denn man kann sagen, daß sie jedenfalls durch eine Analyse des Begriffs der Primzahl nicht zu finden ist.

- 134[1] Ich lese in "The chemical history of a candle": "Water is one individual thing – it never changes".
- 134[2] Eine Definition ist doch gewiß eine Begriffsbestimmung – aber wie ist es mit dem bloßen Schema einer Definition?
- 134[3] Eine Definition muß nicht zur Verkürzung eines Zeichenausdrucks dienen. Sie könnte auch zur Verlängerung, oder zur Verschönerung des Zeichens dienen.
- 134[4] Könnte man sich die Definitionen im Kalkül nicht ausgelassen denken – & nur die ihr entsprechende Substitution gemacht, mit dem Vermerk dies möge eine gestattete Substitution sein?
- 134[5] "Wer dieser Regel folgt, der folgt auch einer Regel, ..." Z.B.: "der folgt auch einer Regel, die verbietet, daß ..."
- 134[6] & Wer eine neue Regel einführt, der führt einen neuen Begriff ein.  
135[1] Denn eine neue Regel ist eine neue Art die Dinge zu sehen. Und hier gibt es triviale und folgenreiche Fälle. Heißt 'die Dinge anders sehen' auch anders handeln?
- RFM VII Ein unentschiedener Satz der Mathematik ist etwas, was weder  
135[2] als Regel, noch als das Gegenteil einer Regel anerkannt ist & die Form einer mathematischen Aussage hat. – Ist diese Form aber ein klar umschriebener Begriff?
- RFM VII Denke Dir den  $\lim_{n \rightarrow \infty} \varphi_n = \ell$  als eine Eigenschaft eines Musikstücks (etwa). Aber natürlich nicht so daß das Stück endlos weiterliefere, sondern als eine dem Ohr erkennbare Eigenschaft (gleichsam *algebraische* Eigenschaft) des Stückes.

- 135[4] & 136[1] Oder wie, wenn man die Stätigkeit als Eigenschaft des Zeichens " $x^2 + y^2 = r^2$ " ansähe – natürlich nur, wenn diese Gleichung & andere *gewohnheitsmäßig* einer bestimmten Art der Prüfung unterzogen würden. "So stellt sich diese Regel (Gleichung) zu dieser bestimmten Prüfung." Eine Prüfung, die mit einem Streifblick auf eine Art Extension vorgenommen wird.
- 136[2] Es wird bei jener Prüfung der Gleichung etwas vorgenommen, was mit gewissen Entwicklungen (Extensionen) zusammenhängt. Aber nicht, als handelte es sich (da) um eine Extension, die der Gleichung irgendwie äquivalent wäre. Es wird nur auf gewisse Entwicklungen, sozusagen, angespielt. – Nicht die Extension ist hier das Eigentliche, das nur *faute de mieux* intensional beschrieben wird; sondern die Intension wird beschrieben – oder dargestellt – vermittels gewisser Extensionen, die sich da & dort aus ihr ergeben.
- 136[3] & 137[1] Der Verlauf gewisser Extensionen wirft ein Streiflicht auf die algebraische Eigenschaft der Funktion. In diesem Sinne könnte man also sagen, es werfe die Zeichnung einer Hyperbel ein Streiflicht auf die Hyperbelgleichung.
- RFM VII 137[2] Denk Dir Gleichungen als Ornamente (Tapetenmuster) verwendet; & nun eine Prüfung dieser Ornamente daraufhin, welcher Art Kurven sie entsprechen. Die Prüfung wäre analog der kontrapunktischen Eigenschaften eines Musikstücks.
- 137[3] Dem widerspricht nicht, daß jene Extensionen die wichtigste Anwendung der Regel wären; denn es ist *eines* eine Ellipse zeichnen, & ein anderes, sie *mittels ihrer Gleichung* konstruieren.

- 137[4] & 138[1] Wie, wenn ich sagte: Die extensionalen Überlegungen (z.B. der Heine-Borelsche Satz) zeigen: *so* sollen die Intensionen behandelt werden. Das Theorem gibt uns in großen Zügen eine Methode, wie mit Intensionen zu verfahren ist. Es sagt etwa: "So wird es ausschauen müssen". Und man wird dann etwa zu einem Verfahren mit bestimmten Intensionen eine bestimmte Illustration zeichnen können. Die Illustration ist ein Zeichen, eine Beschreibung, die besonders übersichtlich, einprägsam, ist.
- 138[2] Die Illustration wird hier eben ein *Verfahren* angeben. Eine *Prozedur*.
- RFM VII 138[3] & 139[1] Ein Beweis der zeigt, daß die Figur "777" in der Extension von  $\pi$  vorkommt aber nicht zeigt *wo*. Nun, so bewiesen wäre dieser 'Existenzsatz' für gewisse Zwecke *keine Regel*. Aber könnte er nicht z.B. als Mittel der Einteilung von Entwicklungsregeln dienen. Es wäre etwa auf analoge Art bewiesen daß "777" in  $\pi^2$  nicht vorkomme, wohl aber in  $\pi \bullet e$ . etc. Die Frage wäre nun: Ist es vernünftig von dem betreffenden Beweis zu sagen: er beweise die Existenz von "777" in dieser Entwicklung. Dies kann einfach irreführend sein. Das ist eben der Fluch der Prosa, & besonders der Russellschen Prosa, in der Mathematik.
- RFM VII 139[2] Was schadet es, z.B., zu sagen, Gott kenne *alle* irrationalen Zahlen? Oder: sie seien schon alle da, wenn wir auch nur gewisse kennen? Warum sind diese Bilder nicht harmlos? Einmal verstecken sie gewisse Probleme. –

- RFM VII  
139[3] Wenn ich von der Mathematik sagte, ihre Sätze bestimmen Begriffe, so ist das *vag*; denn " $2 + 2 = 4$ " bildet einen Begriff in anderem Sinne, als " $p \supset p$ ", " $(x).fx \supset fa$ ", oder der Dedekindsche Satz. Es gibt hier eben eine Familie von Fällen.
- RFM VII  
139[4] &  
140[1] Der Begriff der Regel zur Bildung eines unendlichen Dezimalbruchs ist – natürlich – kein spezifisch mathematischer. Es ist ein Begriff in Zusammenhang mit einer bestimmten *Tätigkeit* im menschlichen Leben. Der Begriff dieser Regel ist nicht mathematischer, als der: der Regel zu folgen. Oder auch: dieser letztere ist nicht weniger scharf definiert, als der Begriff so einer Regel selbst. – Ja, der Ausdruck der Regel & sein Sinn ist nur ein Teil des Sprachspiels: Der Regel folgen.
- RFM VII  
140[2] Man kann mit dem *gleichen* Recht allgemein von solchen Regeln reden, als von den Tätigkeiten, ihnen zu folgen.
- RFM VII  
140[3] Man sagt freilich "das liegt alles schon in unserm Begriff" von der Regel, z.B. – aber das heißt nur: zu *diesen* Begriffsbestimmungen neigen wir. Denn was haben wir denn im Kopf, was alle diese Bestimmungen schon enthält?!
- RFM VII  
140[4] &  
141[1] Die Zahl ist, wie Frege sagt, eine Eigenschaft eines Begriffs – – aber in der Mathematik ist sie ein Merkmal eines mathematischen Begriffs.  $\aleph_0$  ist ein *Merkmal* des Begriffs (der) Kardinalzahl; & die *Eigenschaft* einer Technik.  $2\aleph_0$  ist ein Merkmal des Begriffs des unendlichen Dezimalbruchs, aber wovon ist diese Zahl eine Eigenschaft? D.h.: von welcher Art von Begriff kann man sie empirisch aussagen?
-

- RFM VII 141[2] Der Beweis des Satzes zeigt mir, was ich auf die Wahrheit des Satzes hin wagen will. Und verschiedene Beweise können mich wohl dazu bringen dasselbe zu wagen.
- RFM VII 141[3] Das Überraschende, Paradoxe ist paradox nur in einer gewissen, gleichsam mangelhaften, Umgebung. Man muß diese Umgebung so ergänzen, daß, was paradox schien nicht länger so erscheint.
- RFM VII 141[4] & 142[1] Wenn ich bewiesen habe, daß  $18 \times 15 = 270$  ist, so habe ich damit auch den geometrischen Satz bewiesen, daß man durch Anwendung der Transformationsregeln auf das Zeichen "18 × 15" das Zeichen "270" erhält. – Angenommen nun, die Menschen, durch irgendein Gift am klaren Sehen, oder richtigen Erinnern gehindert (wie wir jetzt sagen wollen) erhielten bei dieser Rechnung nicht "270". – Ist die Rechnung, wenn man mit ihr nicht richtig voraussagen kann, was Einer unter normalen Umständen herausbringen wird, nicht nutzlos? Nun, auch wenn sie es ist, so zeigt das nicht daß der Satz  $18 \times 15 = 270$  der Erfahrungssatz sei: die Menschen rechneten im allgemeinen so.

RFM VII  
142[2] &  
143[1] Andererseits ist es nicht klar, daß die allgemeine Übereinstimmung der Rechnenden ein charakteristisches Merkmal alles dessen ist was man "Rechnen" nennt. Ich könnte mir denken, daß Leute die rechnen gelernt haben unter bestimmten Umständen, etwa unter dem Einfluß des Opiums, anfangen Einer verschieden vom Andern zu rechnen, & von diesen Rechnungen Gebrauch machten; & daß man nun nicht sagte, sie rechneten ja gar nicht & seien unzurechnungsfähig, sondern daß man ihre Rechnungen als berechtigtes Vorgehen hinnähme. Aber müssen sie nicht wenigstens zum gleichen Rechnen abgerichtet werden? Gehört *das* nicht zum Begriff des Rechnens? Ich glaube, man könnte sich auch da Abweichungen vorstellen.

143[2] &  
144[1] 17.03.1944  
Verschiedene Arten, zu zeigen, daß eine Zahl durch 7 teilbar ist. Der eine Beweis zeigt, daß es eine Beweisfigur der andern Art geben muß. Andererseits: Ein Beweis des Fundamentalsatzes der Algebra – zeigt er, daß eine Beweisfigur der andern Art möglich ist? Nun, man kann das sagen, wenn diese Beweisfigur von vornherein genügend bestimmt ist. Wenn eine Überlegung dahin führt, dann kann eine Überlegung, die auf *diesen* Prinzipien beruht, nicht *dorthin* führen. D.h.: wenn man die Sache nach *diesen* Prinzipien überlegt, kann nicht *das* herauskommen.

144[2] "Zum Beweis gehört Übersichtlichkeit" heißt eigentlich: Im Beweis schreitet man von Bild zu Bild; man muß ihn reproduzieren können, ob er richtig oder falsch ist; er ist etwas was man kopieren, oder auswendig lernen kann.

RFM VII  
144[3] &  
145[1] Kann man sagen, daß die Mathematik eine experimentelle Forschungsweise, Fragestellung, lehrt? [→ ] Nun kann man nicht sagen, sie lehre mich z.B. zu fragen, ob ein gewisser Körper sich einer Parabelgleichung gemäß bewegt? – Was tut aber die Mathematik in diesem Fall? Ohne sie oder ohne die Mathematiker wären wir freilich nicht zur Definition dieser Kurve gelangt. War aber, diese Kurve definieren schon Mathematik? Bedingte es z.B. Mathematik, wenn Leute die Bewegung von Körpern darauf hin untersuchten, ob ihre Bahn sich durch eine Ellipsenkonstruktion mit einem Faden & zwei Nägeln darstellen lasse? Wer diese Art der Untersuchung erfunden hätte, hätte der Mathematik getrieben? Er hat doch einen neuen *Begriff* geschaffen. Aber war es auf die Art wie die Mathematik dies tut? War es, wie uns die Multiplikation  $18 \times 15 = 270$  einen neuen Begriff gibt?

RFM VII  
145[2] Kann man also *nicht* sagen, die Mathematik lehrt uns zählen? Wenn sie uns aber zählen lehrt, warum nicht auch Farben miteinander vergleichen?

RFM VII  
145[3] &  
146[1] Es ist klar: wer uns die Ellipsengleichung lehrt, lehrt uns einen neuen Begriff. Wer uns aber beweist, daß *diese* Ellipse & *diese* Gerade sich in *diesen* Punkten schneiden; nun der gibt uns auch einen neuen Begriff.

RFM VII  
146[2] Uns die Ellipsengleichung lehren ist ähnlich wie, uns zählen lehren. Aber auch ähnlich wie, uns die Frage lehren: “sind hier hundertmal soviel Kugeln als dort?”.

- RFM VII  
146[3] Wenn ich nun jemand in einem Sprachspiele diese Frage & eine Methode sie zu beantworten gelehrt hätte, hätte ich ihn Mathematik gelehrt? Oder nur, wenn er mit Zeichen operiert hat?
- RFM VII  
146[4] (Wäre das etwa als fragte man: "wäre auch das eine Geometrie, die *nur* aus den Euklidschen Axiomen bestünde?")
- 146[5] Ist was ich hier sehe, bloß der natürliche Abfall des Begriffs 'Mathematik'? (So wie wenn ich fragte: ist das Bellen der Hunde auch ein Sprechen?) Oder ist hier etwas was mich beunruhigen sollte?
- RFM VII  
147[1] Wenn die Arithmetik uns die Frage "wieviel?" lehrt, warum nicht auch die Frage "Wie dunkel?"?
- RFM VII  
147[2] Aber die Frage "sind hier hundertmal soviel Kugeln als dort" ist doch keine mathematische Frage & ihre Antwort kein mathematischer Satz. Eine mathematische Frage wäre: "Sind 170 Kugeln hundertmal soviel als 3 Kugeln?" (Und zwar ist dies eine Frage der reinen, nicht der angewandten Mathematik.)
- RFM VII  
147[3] Soll ich nun sagen, daß, wer uns Dinge zählen lehrt, & ähnliches, uns neue Begriffe gibt, & *auch* der, welcher uns reine Mathematik mit solchen Begriffen lehrt?
- RFM VII  
147[4] Ist eine neue Begriffsverknüpfung ein neuer Begriff? Und schafft die Mathematik Begriffsverknüpfungen?
- RFM VII  
147[5] Das Wort "Begriff" ist ganz & gar zu vag.

RFM VII Die Mathematik lehrt uns auf neue Weise mit den Begriffen  
148[1] operieren. Und man kann daher sagen, sie ändert unsere Begriffstätigkeit.

RFM VII Aber erst der bewiesene, oder als Postulat angenommene mathematische Satz tut das, nicht der problematische.  
148[2]

---

RFM VII Kann man aber nicht doch mathematisch experimentieren?  
148[3] & Z.B. versuchen, ob sich aus einem quadratischen Papier ein  
149[1] Katzenkopf falten läßt, wobei die *physikalischen* Eigenschaften des Papiers, seine Festigkeit, Dehnbarkeit, etc. nicht in Frage gezogen werden? Nun man redet doch hier gewiß von einem Versuchen. Und warum nicht von einem Experimentieren? Dieser Fall ist doch ähnlich dem, Zahlenpaare versuchsweise in die Gleichung  $x^2 + y^2 = 25$  einzusetzen, um eines zu finden das die Gleichung befriedigt. Und kommt man also endlich auf  $3^2 + 4^2 = 25$ , ist dieser Satz nun das Resultat eines Experiments? Warum nannte man den Vorgang denn ein Versuchen? Hätten wir es auch so genannt, wenn Einer immer aufs erste Mal mit völliger Sicherheit (den Zeichen der Sicherheit) aber ohne Rechnung, solche Probleme löste? Worin bestünde hier das Experimentieren? Angenommen, ehe er die Lösung gibt, erscheint sie ihm als Vision. –

RFM VII 18.03.1944  
149[2] Wenn eine Regel Dich nicht zwingt, so *folgst* Du keiner Regel.

RFM VII Aber wie soll ich ihr denn folgen; wenn ich ihr doch folgen  
149[3] kann, wie ich will?

- RFM VII 149[4] & 150[1] Wie soll ich dem Wegweiser folgen, wenn alles was ich tue ein Folgen ist?
- RFM VII 150[2] Aber daß alles (auch) als ein Folgen *gedeutet* werden kann, heißt doch nicht, daß alles ein Folgen ist.
- RFM VII 150[3] Aber wie deutet denn also der Lehrer dem Schüler die Regel? (Denn der soll ihr doch gewiß eine bestimmte Deutung geben.) – Nun, wie anders, als durch Worte & Abrichtung? Und der Schüler hat die Regel (*so* gedeutet) inne, wenn er so & so auf sie reagiert. *Das* aber ist wichtig, daß diese Reaktion, die uns das Verständnis verbürgt, bestimmte Umstände, bestimmte Lebens- & Sprachformen als Umgebung, voraussetzt. (Wie es keinen Gesichtsausdruck gibt ohne Gesicht.) Dies ist eine wichtige Gedankenbewegung.)
- 150[4] & 151[1] D.h. er kann antworten, wie ein verständiger Mensch & doch das Spiel mit uns nicht spielen.
- 151[2] Und Denken & Schließen (sowie das Zählen) ist für uns natürlich nicht durch eine willkürliche Definition umschrieben, sondern durch natürliche Grenzen, dem Körper dessen entsprechend, was wir die Rolle des Denkens & Schließens in unserm Leben nennen können.

- RFM VII  
151[3] &  
152[1] Zwingt mich eine Linie dazu ihr nachzufahren? – Nein; aber wenn ich mich dazu entschlossen habe sie *so* als Vorlage zu gebrauchen, dann zwingt sie mich. – Nein; dann zwingt *ich* mich sie *so* zu gebrauchen. Ich halte mich gleichsam an ihr fest. – Aber wichtig ist hier doch, daß ich sozusagen ein für allemal den Entschluß mit der (allgemeinen) Deutung fassen & halten kann, & nicht bei jedem Schritt von frischem *deute*.
- RFM VII  
152[2] Die Linie, könnte man sagen, gibt's mir ein, wie ich gehen soll. Aber das ist natürlich nur ein Bild. Und gäbe sie mir jedesmal etwas andres ein, so folgte ich ihr *nicht* als Regel. Und was "anderes", & was "das Gleiche" heißt, das kann nur das Leben entscheiden.
- RFM VII  
152[3] "Die Linie gibt mir ein, wie ich gehen soll": das paraphrasiert nur, daß sie meine *letzte* Instanz dafür ist, wie ich gehen soll.
- RFM VII  
152[4] &  
153[1] Denke dir Einer folgte einer Linie als Regel auf diese Weise: Er hält einen Zirkel, dessen eine Spitze er der Regel entlang führt, während die andre Spitze *die* Linie zieht, die der Regel folgt. Und wie er so der Regel-Linie entlang geht, öffnet & schließt er den Zirkel, anscheinend mit großer Genauigkeit, wobei er immer auf die Regel schaut, als bestimme *sie* sein Tun. Wir nun, die wir ihm zusehen, sehen keinerlei Regelmäßigkeit in diesem Öffnen & Schließen. Wir können daher seine Art, der Linie zu folgen, von ihm auch nicht lernen. Wir glauben ihm aber, die Linie habe ihm eingegeben, was er tat.
- RFM VII  
153[2] Wir würden hier (vielleicht) wirklich sagen: "Die Vorlage scheint ihm *einzugeben*, wie er zu gehen hat. Aber sie ist keine Regel."

- RFM VII 153[3] Nimm an einer folgt der Reihe  $x = 1, 3, 5, 7, \dots$  indem er die Reihe der  $x^2 + 1$  hinschreibt; & er fragte sich: "aber tue ich auch immer das Gleiche, oder jedesmal etwas anderes?" Wer von einem Tag auf den andern verspricht: "morgen werde ich das Rauchen aufgeben", sagt der jeden Tag das Gleiche; oder jeden Tag etwas anderes?
- RFM VII 153[4] & 154[1] Wie ist das zu entscheiden, ob er immer das gleiche tut, wenn ihm die Linie eingibt, wie er gehen soll?
- RFM VII 154[2] Wollte ich nicht sagen: Nur das gesamte Bild der Verwendung des Wortes "gleich" in seiner Verwebung mit den Verwendungen der andern Wörter kann entscheiden, ob er das Wort verwendet wie wir?
- RFM VII 154[3] Tut er nicht immer das Gleiche, nämlich, es sich von der Linie eingeben zu lassen, wie er gehen soll? Wie aber, wenn er sagt, die Linie gebe ihm einmal dies, einmal jenes ein? Könnte er nun nicht sagen: er tue in *einem* Sinne immer das Gleiche, aber einer Regel folge er doch nicht? Und kann aber auch nicht der, der einer Regel folgt, doch sagen, in einem gewissen Sinne tue er jedesmal etwas Anderes? So bestimmt also, ob er das Gleiche tut, oder immer etwas anderes, nicht, ob er einer Regel folgt.
- RFM VII 154[4] & 155[1] Nur *so* kann man den Vorgang, einer Regel folgen, beschreiben, daß man in anderer Weise beschreibt, was wir dabei tun.
- RFM VII 155[2] Hätte es einen Sinn zu sagen: "Wenn er jedesmal etwas *anderes* täte, würden wir nicht sagen: er folge einer Regel"? Das hat *keinen* Sinn.

- RFM VII 155[3] & 156[1] Einer Regel folgen ist ein bestimmtes Sprachspiel. Wie kann man es beschreiben? Wann sagen wir, er habe die Beschreibung verstanden? – Wir tun dies & das; wenn er nun so & so reagiert, hat er das Spiel verstanden. Und dieses ‘dies & das’ & ‘so & so’ enthält kein “und so weiter”. – Oder: verwendete ich bei der Beschreibung ein “und so weiter” & würde ich gefragt, was das bedeutet, müßte ich es wieder durch eine Aufzählung von Beispielen erklären; oder etwa durch eine Geste. Und ich würde es dann als Zeichen des Verständnisses ansehen, wenn er die Geste etwa mit einem verständnisvollen Gesichtsausdruck wiederholte, & in speziellen Fällen so & so handelte.
- RFM VII 156[2] “Aber reicht denn nicht das Verständnis weiter, als alle Beispiele?” Ein sehr merkwürdiger Ausdruck, & ganz natürlich.
- RFM VII 156[3] Wenn man Beispiele aufzählt & dann sagt “und so weiter”, so wird dieser letztere Ausdruck auf andere Weise erklärt, als die Beispiele.
- RFM VII 156[4] Denn das “und so weiter” könnte man einerseits durch einen Pfeil ersetzen der anzeigt, daß das Ende der Beispielreihe nicht ein Ende ihrer Anwendung bedeuten soll. Andererseits heißt “und so weiter” auch: es ist genug, Du hast mich verstanden; wir brauchen keine weiteren Beispiele.
- RFM VII 156[5] & 157[1] Wenn wir den Ausdruck durch eine Geste ersetzen, so könnte es ja sein, daß die Menschen unsre Beispielreihe nur dann verstünden,, wie sie sollten, (nur dann ihr richtig folgten,) wenn wir am Schluß diese Geste machten. Diese wäre also ganz analog der des Zeigens auf einen Gegenstand, oder Ort.

- RFM VII 157[2] Nimm an, eine Linie gebe mir ein, wie ich ihr folgen soll; d.h., wenn ich ihr mit den Augen nachgehe, so sagt mir etwa eine innere Stimme: zieh *so*. – Nun, was ist der Unterschied zwischen diesem Vorgang, einer Art Inspiration zu folgen & dem, einer Regel zu folgen? Denn sie sind doch nicht das Gleiche. In dem Fall der Inspiration *warte* ich auf die Anweisung. Ich werde einen Andern nicht meine ‘Technik’ lehren können, der Linie zu folgen. Es sei denn, ich lehre ihn eine Art des Hinhorchens, der Rezeptivität, etc. Aber dann kann ich natürlich nicht erwarten, daß er der Linie so folgt, wie ich.
- RFM VII 157[3] & 158[1] Man könnte sich auch so einen Unterricht in einer Art von Rechnen denken. Die Kinder können dann, ein jeder auf seine Weise, rechnen; solange sie nur auf die innere Stimme horchen & ihr folgen. – Dieses Rechnen wäre wie ein Komponieren.
- RFM VII 158[2] Denn gehört nicht zum Befolgen einer Regel die *Möglichkeit* einen Andern im Folgen abzurichten? Und zwar durch Beispiele. Und das Kriterium seines Verständnisses muß die Übereinstimmung der einzelnen Handlungen sein. Also nicht wie beim Unterricht in der Rezeptivität.
- RFM VII 158[3] Wie folgst Du der Regel? – “Ich mach es *so*: “ ... & nun folgen allgemeine Erklärungen & Beispiele. – – Wie folgst Du der Stimme der Linie? – “Ich sehe auf sie hin, schließe alle Gedanken aus, etc. etc.”
- RFM VII 158[4] “Ich würde nicht sagen, daß sie mir immer etwas anderes ein-  
 gebe, wenn ich ihr als Regel folgte.’ Kann man das sagen?  
 159[1] “Das Gleiche tun” ist mit “der Regel folgen” verknüpft.

- RFM VII 19.03.1944  
159[2]  
Kannst du Dir absolutes Gehör vorstellen, wenn Du es nicht hast? Kannst Du es Dir vorstellen, *wenn* Du es hast? – Kann ein Blinder sich das Sehen von rot vorstellen? Kann *ich* mir es vorstellen? Kann ich mir vorstellen, daß ich so & so spontan reagiere, wenn ich's nicht tue? Kann ich mir's besser vorstellen, wenn ich's tue?
- RFM VII Kann ich aber das Sprachspiel spielen, wenn ich nicht so reagiere?  
159[3]
- RFM VII 20.03.1944  
159[4] &  
160[1]  
Man fühlt nicht, daß man immer des Winks (der Eingebung) der Regel gewärtig sein muß. Im Gegenteil. Wir sind nicht gespannt darauf, was sie uns jetzt sagen wird, sondern sie sagt uns immer dasselbe, & wir tun, was sie uns sagt. Man könnte sagen: wir sehen, was wir beim Befolgen der Regel tun, unter dem Gesichtspunkt des *immer Gleichen* an.
- RFM VII Man könnte dem, den man abzurichten anfängt, sagen: "Sieh, ich tu immer das Gleiche: ...".  
160[2]
- RFM VII Wann sagen wir: "Die Linie gibt mir das *als Regel* ein – immer das Gleiche." Und anderseits: "Sie gibt mir immer wieder ein, was ich zu tun habe – sie ist keine Regel." Im ersten Fall heißt es: ich habe keine weitere Instanz dafür, was ich zu tun habe. Die Regel tut es ganz allein; ich brauche ihr nur zu folgen (& folgen ist eben *eins*). Ich fühle nicht z.B., es ist seltsam, daß mir die Linie immer etwas sagt. – Der andre Satz sagt: Ich weiß nicht, was ich tun werde; die Linie wird's mir sagen.  
160[3]

- RFM VII 160[4] & 161[1] Die Kunstrechner, die zum richtigen Resultat gelangen, aber nicht sagen können, wie. Sollen wir sagen: sie rechnen nicht? (Eine Familie von Fällen.)
- RFM VII 161[2] Diese Dinge sind feiner gesponnen, als grobe Hände ahnen.
- RFM VII 161[3] Kann ich nicht einer Regel zu folgen *glauben*? Gibt es diesen Fall nicht? Und kann ich dann nicht auch *keiner* Regel zu folgen glauben & doch einer folgen? Würden wir nicht auch etwas *so* nennen?
- RFM VII 161[4] & 162[1] Wie kann ich das Wort "gleich" erklären? – Nun, durch Beispiele. – Aber ist das *alles*? gibt es nicht eine noch tiefere Erklärung; oder muß nicht doch das *Verständnis* der Erklärung tiefer sein? – Ja, hab ich denn selbst ein tieferes Verständnis? *Habe* ich mehr, als ich in der Erklärung gebe? Woher dann aber das Gefühl, ich hätte mehr, als ich sagen kann? Ist es, daß ich das nicht Begrenzte als Länge deute, die über jede Länge hinausreicht? (Die nicht begrenzte Erlaubnis, als Erlaubnis zu etwas Grenzenlosem.)
- RFM VII 162[2] Die Vorstellung die mit dem Grenzenlosen geht, ist die von etwas so großem, daß wir sein Ende nicht sehen können.
- RFM VII 162[3] Die Verwendung des Wortes "Regel" ist mit der Verwendung des Wortes "gleich" verwoben.
- RFM VII 162[4] Überlege Dir: Unter welchen Umständen wird der Forschungsreisende sagen: Das Wort "..." dieses Stammes heißt soviel wie unser "und so weiter"? Stelle Dir Einzelheiten ihres Lebens & ihrer Sprache vor, die ihn dazu berechtigen würden.

- RFM VII 162[5] "Ich weiß doch, was 'gleich' heißt!" – Daran zweifle ich nicht; ich weiß es auch.
- RFM VII 162[6] & 163[1] "Die Linie gibt's mir ein ..." Hier ist der Ton auf dem *Ungreifbaren* dieses Eingebens. Eben darauf, daß *nichts* meine Handlung von der Regel trennt, daß nichts zwischen ihr & der Handlung steht.
- 163[2] – – – ein Bild. Und urteile ich, sie gebe mir, gleichsam verantwortungslos, dies, oder das ein, so würde ich nicht sagen, ich folgte ihr *als einer Regel*.
- RFM VII 163[3] Man könnte sich aber denken, daß einer mit solchen Gefühlen multipliziert, richtig multipliziert; immer wieder sagt: "Ich weiß nicht – jetzt gibt mir die Regel auf einmal *das* ein!" & daß wir antworten: "Freilich; Du gehst ja ganz nach der Regel vor."
- RFM VII 163[4] & 164[1] Einer Regel folgen: das läßt sich verschiedenem entgegensetzen. Der Forschungsreisende wird, unter anderm, auch die Umstände beschreiben (können), unter denen ein Einzelner dieser Leute nicht von sich selbst sagt, er folge einer Regel. Nämlich auch dann, wenn es in mancher Beziehung so aussieht.
- RFM VII 164[2] Aber könnten wir nicht auch rechnen, wie wir rechnen (Alle übereinstimmend, etc.) & doch bei jedem Schritt das Gefühl haben, von den Regeln wie von einem Zauber geleitet zu werden; erstaunt darüber vielleicht, daß wir übereinstimmen? (Der Gottheit etwa für diese Übereinstimmung dankend.)

RFM VII 164[3] Daraus siehst Du nur, wieviel zu der Physiognomie dessen gehört, was wir im alltäglichen Leben "einer Regel folgen" nennen!

RFM VII 164[4] Man folgt der Regel 'mechanisch'. Man vergleicht sich also mit einem Mechanismus.

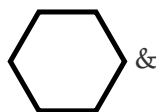
RFM VII 164[5] "Mechanisch", das heißt: ohne zu denken. Aber ganz ohne zu denken? Ohne nachzudenken.

RFM VII 165[1] Der Forscher könnte sagen: "Sie folgen Regeln, aber es sieht doch ganz anders aus, als bei uns."

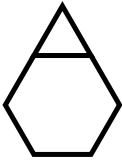
RFM VII 165[2] "Sie gibt mir, verantwortungslos, dies, oder das ein" heißt: ich kann es Dich nicht lehren, wie ich der Linie folge. Ich setze nicht voraus, daß Du ihr folgen wirst wie ich, auch wenn Du ihr folgst.

RFM VII 165[3] 21.03.1944

Eine Addition von Formen, in der gewisse Glieder verschmelzen spielt in unserm Leben eine sehr geringe Rolle. – Wie wenn



die Figur



ergeben. Aber wäre dies eine *wichtige* Operation, so hätten wir vielleicht einen andern geläufigen Begriff von der arithmetischen Addition.

RFM VII  
165[4] &  
166[1]

Daß man ein Boot, einen Hut, etc. aus einem quadratischen Stück Papier (nach gewissen Regeln) falten kann, ist uns natürlich als geometrische Tatsache zu betrachten, nicht der Physik. Aber ist Geometrie, so verstanden, nicht ein Teil der Physik? Nein; wir spalten die Geometrie von der Physik ab. Die geometrische Möglichkeit von der physikalischen. Aber wie, wenn man sie beisammen ließe? Wenn man einfach sagte: "wenn Du das & das & das mit dem Stück Papier tust, wird *dies* herauskommen"? Was zu tun ist, könnte durch einen Reim gegeben werden. Ist es denn nicht möglich, daß jemand zwischen den beiden Möglichkeiten gar nicht unterscheidet? Wie etwa ein Kind, das diese Technik lernt. Es weiß nicht, & denkt nicht darüber nach, ob diese Resultate des Faltens nur möglich sind weil das Papier sich dabei in der & der Weise dehnt, verzerrt, oder, weil es sich *nicht* verzerrt.

RFM VII 166[2] & 167[1] Und ist es nun nicht auch so in der Arithmetik? Warum sollten Leute nicht rechnen lernen können ohne einen Begriff von einer mathematischen & einer physikalischen Tatsache. Sie wissen nur, daß das immer herauskommt, wenn sie gut achtgeben & tun was man sie gelehrt hat. Denken wir uns, während wir rechneten veränderten sich die Ziffern sprungweise auf dem Papier. Eine Eins würde plötzlich zu einer 6 dann zu einer 5, dann wieder zu einer 1 u.s.f. Und ich will einmal annehmen, das änderte an der Rechnung gar nichts, weil, sowie ich eine Ziffer ablese um mit ihr zu rechnen, oder sie anzuwenden, sie wieder zu der würde, die wir bei *unserm* Rechnen vor uns haben. Dabei sähe man aber wohl während des Rechnens wie die Ziffern sich ändern; wir sind aber instruiert uns darum weiter nicht zu kümmern. Dieses Rechnen könnte natürlich, auch wenn wir die obige Annahme nicht machen, zu brauchbaren Resultaten führen. Wir rechnen hier streng nach Regeln, & doch *muß* dies Resultat nicht herauskommen. – Ich nehme an, daß wir keinerlei Gesetzmäßigkeit in dem Wechsel der Ziffern sehen.

RFM VII 167[2] & 168[1] Ich will sagen: Man könnte dieses Rechnen wirklich als ein Experimentieren auffassen, & z.B. sagen: “versuchen wir was jetzt herauskommt, wenn ich diese Regel anwende”.

RFM VII 168[2] Oder auch: “Machen wir dieses Experiment: schreiben wir die Ziffern mit einer Tinte von dieser Zusammensetzung ... & rechnen nach der Regel ....

RFM VII 168[3] Nun könntest Du natürlich sagen: “Dieses Manipulieren von Ziffern nach Regeln ist (nun) kein Rechnen.

- RFM VII  
168[4] “Wir rechnen nur, wenn hinter dem Resultat ein Muß steht.” –  
Aber wenn wir nun nur dieses Muß nicht wissen, – liegt es da  
dennoch in der Rechnung? Oder rechnen wir nicht, wenn wir  
es sozusagen ganz naiv tun?
- RFM VII  
168[5] &  
169[1] Wie ist es *damit*: Der rechnet nicht, der, wenn ihm einmal das,  
einmal jenes herauskommt & er einen Fehler nicht finden kann,  
sich damit abfindet & sagt: es zeige sich eben, daß gewisse  
noch unbekannte Umstände das Ergebnis beeinflussen.
- RFM VII  
169[2] Man könnte das so ausdrücken: Wer die Rechnung zum Finden  
eines kausalen Zusammenhangs verwendet, rechnet nicht.
- RFM VII  
169[3] Die Kinder werden nicht nur im Rechnen geübt, sondern auch  
in einer ganz bestimmten Stellungnahme gegen einen Rechen-  
fehler.
- RFM VII  
169[4] Was ich sage, kommt darauf hinaus, die Mathematik sei *norma-*  
*tiv*. Aber “Norm” bedeutet nicht dasselbe, wie “Ideal”.
- 169[5] Denke Dir Menschen, die eine Linie immer impressionistisch  
nachzeichneten.
- 169[6] &  
170[1] ‘Mit Zungen reden’. Könnte man sich auch denken, daß das die  
ganze Sprache der Menschen wäre? Wäre so eine Sprache dann  
ähnlich wie die von Tieren?
- 170[2] Hätte ich das Sprachspiel (2) fundamentaler beschreiben kön-  
nen, als ich es tat? Nein. – Aber was könnte einen verleiten, das  
zu denken? Ist es, weil wir keinem Grund trauen wollen, der  
nicht begründet ist?

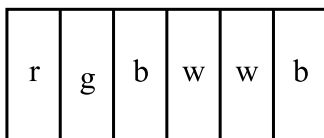
- 170[3] Statt "ich deute sie mir so" sollte ich sagen: "sie deutet sich mir nun so".
- 170[4] Warum aber nicht sagen, was wir tatsächlich in solchen Fällen sagen; nämlich: "Das heißt, ich muß nun *so* handeln ..."?
- 170[5] Was kann die Beschreibung des Sprachspiels mehr tun, als ihm ein Bild zu zeichnen? – Und wenn er mehr will; was will er dann?
- 170[6] & 171[1] Die Lösung mancher Probleme kannst Du nicht einfach durchdenken, sondern nur durch üben erhalten.
- RFM VII 22.03.1944  
171[2] Die Einführung einer neuen Schlußregel kann man als Übergang zu einem neuen Sprachspiel auffassen. Ich stelle mir eines vor, in welchem etwa eine Person 'p  $\supset$  q' aussagt, eine andere 'p', & eine dritte den Schluß zieht.
- RFM VII 171[3] Ist es möglich, zu beobachten, daß eine Fläche rot & blau gefärbt ist; & nicht zu beobachten, daß sie rot ist? Denk Dir, man verwende eine Art Farbadjektiv für Dinge, die halb rot halb blau sind: Man sagt sie seien 'bu'. Könnte nun jemand nicht darauf trainiert sein, zu beobachten, ob etwas bu ist; & nicht darauf, ob es auch rot ist? Dieser würde dann nur zu melden wissen: "bu", oder "nicht bu". Und wir würden aus der ersten Meldung den Schluß ziehen, die Fläche enthalte rot.
- RFM VII 23.03.1944  
172[1]

Ich stelle mir vor, daß die Beobachtung durch ein psychologisches Sieb geschieht, das z.B. nur das Faktum durchläßt, die Fläche sei blau-weiß-rot (französische Trikolore), oder sei es nicht.

RFM VII 172[2] Ist es nun eine besondere Beobachtung, die Fläche sei zum Teil rot, wie kann dies logisch aus dem Vorigen folgen. Die Logik kann uns doch nicht sagen, was wir beobachten müssen.

RFM VII 172[3] Jemand zählt Äpfel in einer Kiste; er zählt bis 100. Ein Anderer sagt: "also sind jedenfalls 50 Äpfel in der Kiste" (das ist alles, was ihn interessiert). Das ist doch ein logischer Schluß; ist es aber nicht auch eine besondere Erfahrung?

RFM VII 172[4] & 173[1] Eine Fläche, in eine Anzahl von Streifen geteilt, wird von mehreren Leuten beobachtet. Die Farben der Streifen ändern sich, alle



zu gleicher Zeit, immer nach je einer Minute. *Jetzt* sind die Farben: rot, grün, blau, schwarz, schwarz, blau. Es wird beobachtet: rot • blau  $\supset$  schwarz  $\cdot \supset$  weiß Es wird auch beobachtet:  $\sim$  grün  $\supset$   $\sim$  weiß und Einer zieht den Schluß:  $\sim$  grün  $\supset$  rot • blau •  $\sim$  schwarz Und diese Implikationen sind 'material implications' in Russells Sinn.

RFM VII 173[2] & Aber kann man denn, daß  
 $r \cdot b \supset s \cdot \supset w,$

174[1] *beobachten?* Beobachtet man nicht *Farben-Zusammenstellungen*, also etwa, daß  $r \bullet b \bullet s \bullet w$ ; & leitet dann jenen Satz ab? Aber kann Einer bei der Beobachtung einer Fläche nicht ganz von der Frage eingenommen sein, ob sie sich grün, oder nicht grün färben wird; & wenn er nun sieht:  $\sim g$ , muß er auf die besondere Farbe der Fläche aufmerksam sein? Und könnte einer nicht ganz von dem Aspekt  $r \bullet b \supset s \cdot \supset w$  eingenommen sein? Wenn er z.B. dazu angelernt worden wäre, alles andere vergessend, nur unter diesem Gesichtspunkt die Fläche zu betrachten. (Es könnte den Menschen unter bestimmten Verhältnissen gleichgültig sein, ob Gegenstände rot, oder grün sind; von Wichtigkeit aber, ob sie eine dieser Farben, oder eine dritte besitzen. Und es könnte in diesem Falle ein Farbwort für "rot oder grün" geben.)

RFM VII Wenn man aber beobachten kann, daß

174[2]

$r \bullet b \supset s \cdot \supset w$

&

$\sim g \supset \sim w$ ,

dann kann man ja auch beobachten, & nicht bloß schließen, daß

$\sim g \supset r \bullet b \bullet \sim s$ .

RFM VII Wenn dies drei Beobachtungen sind, dann muß es auch möglich sein, daß, die dritte Beobachtung, nicht mit dem logischen Schluß aus den beiden ersten übereinstimmt.

RFM VII 175[2] Angenommen die Menschen berechnen die Entwicklung von  $\pi$  immer weiter & weiter. Der allwissende Gott weiß also, ob sie bis zur Zeit des Weltuntergangs zu einer Figur 777 gekommen sein werden. Aber kann seine *Allwissenheit* entscheiden, ob die Menschen nach dem Weltuntergang zu jener Figur gekommen *wären*? Sie kann es nicht. Ich will sagen: Auch Gott kann Mathematisches nur durch Mathematik entscheiden. Auch für ihn kann die bloße Regel des Entwickelns nichts entscheiden, was sie für uns nicht entscheidet.

RFM VII 175[3] & 176[1] Man könnte das so sagen: Ist uns die Regel der Entwicklung gegeben, so kann uns nun eine *Rechnung* lehren, daß an der fünften Stelle die Ziffer "2" steht. Hätte Gott dies, ohne diese Rechnung, bloß aus der Entwicklungsregel wissen können? Ich will sagen: Nein.

RFM VII 24.03.1944  
176[2] [ $\rightarrow \leftarrow$ ] Ist es denn also denkbar, daß einer beim Beobachten einer Fläche die Verbindung Rot-&-Schwarz sieht (etwa als Flagge), aber, wenn er sich (nun) drauf einstellt, *eine* der beiden Hälften zu sehen, statt des Rot ein Blau sieht? Nun, Du hast es gerade beschrieben. – Es wäre etwa so, wie wenn jemand auf eine Gruppe von Äpfeln schaute & sie ihm immer als zwei Gruppen von je zwei Äpfeln erschienen, so wie er aber versuchte, sie mit dem Blick zusammenzufassen, erschienen sie ihm als 5. Dies wäre ein sehr merkwürdiges Phänomen. Und es ist keines, von deren Möglichkeit wir Notiz nehmen.

RFM VII 25.03.1944  
176[3] &

177[1]      Erinnere Dich dran, daß ein Rhombus, als Raute angesehen, nicht wie ein Parallelogramm aussieht. Nicht aber, als schienen seine gegenüberliegenden Seiten nicht parallel zu sein, sondern der Parallelismus fällt uns nicht auf.

RFM VII    Ich könnte mir denken, daß Einer sagt, er sähe einen weiß & gelben Stern aber nichts Gelbes – weil er den Stern gleichsam als eine *Verbindung* von Farbteilen sieht, die er nicht zu trennen vermag.

RFM VII    Er hatte z.B. Figuren vor sich, wie diese  
177[3]



Gefragt, ob er ein rotes Fünfeck sieht & würde er 'ja' sagen; gefragt ob er ein gelbes sieht: 'nein'. Ebenso sagt er er sehe ein blaues Dreieck, aber kein rotes. – Aufmerksam gemacht sagte er etwa: "Ja, jetzt seh ich's; ich hatte die Sterne nicht so aufgefaßt." Und so könnte es ihm auch vorkommen, man kön-

ne die Farben im Stern nicht trennen, weil man die Formen nicht trennen kann.

RFM VII  
177[4] &  
178[1] Der kann die Geographie einer Landschaft nicht übersehen lernen, der so langsam in ihr sich fortbewegt, daß er das eine Stück vergessen hat, wenn er zu einem andern kommt.

178[2] 26.03.1944

Denke, es gebe kein schriftliches Rechnen (oder es wäre verboten). Wir rechnen alles mündlich, & bei längeren Rechnungen gibt es oft Diskrepanzen. Wir würden diese durch verschiedene Maßregeln herabzudrücken suchen; dann aber nicht sagen eine Multiplikation habe natürlich nur *ein* richtiges Ergebnis, das wir allerdings nicht mit Sicherheit kennen; sondern: die Technik des Multiplizierens ergebe nicht immer genau das gleiche Resultat, sei aber brauchbar für unsere Zwecke. (Ja, vielleicht gerade deswegen.)

RFM VII  
29.03.1944

178[3] &  
179[1] Warum rede ich immer vom Zwang durch die Regel; warum nicht davon, daß ich ihr folgen *wollen* kann? Denn das ist ja ebenso wichtig. Aber ich will auch nicht sagen, die Regel zwinde mich so & so zu handeln, sondern sie mache es mir möglich, mich an ihr anzuhalten & von ihr zwingen zu lassen.

RFM VII  
179[2] Und wer, z.B., ein Spiel spielt, der hält sich an seine Regeln. Und es ist eine interessante Tatsache, daß Menschen zum Vergnügen Regeln aufstellen & sich dann nach ihnen halten.

- RFM VII 179[3] & 180[1] Meine Frage war eigentlich: "wie kann man sich an eine Regel halten?" Und das Bild, das einem hier vorschweben könnte, wäre das eines kurzen Stücks Geländer, durch das ich mich weiter soll führen lassen, als das Geländer reicht. [Aber da *ist* doch nichts; aber da ist doch nicht *nichts!*] Denn wenn ich Frage "wie *kann* man sich ...", so heißt es, daß mir hier etwas *paradox* erscheint; also ein Bild mich verwirrt.
- RFM VII 180[2] "Daß das auch rot ist, daran habe ich gar nicht gedacht; ich habe es nur als Teil des mehrfarbigen Ornaments gesehen."
- RFM VII 180[3] Logischer Schluß ist ein Übergang der gerechtfertigt ist, wenn er einem bestimmten Paradigma folgt & dessen Rechtmäßigkeit von sonst nichts abhängt.
- RFM VII 180[4] Wir sagen: "Wenn ihr beim Multiplizieren wirklich der Regel folgt, *muß* das Gleiche herauskommen." Nun, wenn dies nur die etwas hysterische Ausdrucksweise der Universitätssprache ist, so braucht sie uns nicht sehr zu interessieren. Es ist aber der Ausdruck einer Einstellung zu der Technik des Rechnens, die sich überall in unserm Leben zeigt. Die Emphase des *Muß* entspricht nur der Unerbittlichkeit dieser Einstellung sowohl zur Technik des Rechnens, als auch zu unzähligen verwandten Techniken.
- RFM VII 181[1] Das mathematische *Muß* ist nur ein anderer Ausdruck dafür, daß die Mathematik Begriffe bildet. Und Begriffe dienen zum Begreifen. Sie entsprechen einer bestimmten Behandlung der Sachlagen.
- RFM VII Die Mathematik bildet ein Netz von Normen.

181[2] Es ist wie wenn ein Maßkörper mehrere Facetten hätte & mit  
181[3] ihnen verschiedene Gegenstände zugleich & ihre gegenseitige  
Lage mässe.

181[4] Wir messen Längen von Gegenständen mit Eisenstäben & nicht  
mit Teigstäben.

RFM VII Es ist möglich, den Komplex aus A & B sehen, ohne A, oder B,  
181[5] & zu sehen. Es ist auch möglich, den Komplex einen "Komplex  
182[1] von A & B" zu nennen & zu denken, diese Benennung deutete  
nur auf eine Art Verwandtschaft dieses Ganzen mit A & mit B  
hin. Es ist also möglich, zu sagen, man sehe den Komplex von  
A & B, aber weder A noch B. Etwa wie man sagen könnte, es  
sei hier ein rötlich-gelb, aber weder rot noch gelb.

RFM VII Kann ich nun A & B vor mir haben & auch beide sehen, aber  
182[2] nur  $A \vee B$  beobachten? Nun, in gewissem Sinne ist das doch  
möglich. Und zwar dachte ich mir es so, daß der Beobachter  
von einem gewissen Aspekt eingenommen sei; daß er etwa eine  
bestimmte Art von Paradigma vor sich habe, in einer bestimmten  
Routine der Anwendung begriffen sei. – Und wie er nun  
auf  $A \vee B$  eingestellt sein kann, so (doch) auch auf  $A \bullet B$ . Es fällt  
ihm also nur  $A \bullet B$  auf & nicht, z.B., A. Auf  $A \vee B$  eingestellt sein  
heiße, könnte man sagen, mit dem Begriff 'A  $\vee$  B' auf die & die  
Situation zu reagieren. Und genauso kann man's natürlich auch  
mit  $A \bullet B$  tun.

- RFM VII 182[3] & 183[1]      Sagen wir: es interessiert Einen nur  $A \bullet B$ , & er urteilt also, was immer geschieht, nur " $A \bullet B$ ", oder " $\sim (A \bullet B)$ "; so kann ich mir denken, daß er " $A \bullet B$ " urteilt & auf die Frage "siehst Du B?" sagt "nein, ich sehe  $A \bullet B$ ". Etwa wie mancher der  $A \bullet B$  sieht nicht zugeben wird, er sehe  $A \vee B$ .
- RFM VII 30.03.1944  
183[2]      Aber die Fläche 'ganz rot sehen' & 'ganz blau sehen' sind doch gewiß 'echte' Erfahrungen, & doch sagen wir, Einer könne sie nicht zugleich haben.
- RFM VII 183[3]      Wenn er uns nun versicherte, er sehe diese Fläche ganz rot & zugleich ganz blau? Wir müßten sagen: "Du machst Dich uns nicht verständlich".
- RFM VII 183[4]      Der Satz 1 Fuß = ... cm ist bei uns zeitlos. Man könnte sich aber auch den Fall denken, in welchem sich das Fußmaß & das Metermaß nach & nach etwas veränderten & dann immer wieder verglichen werden müßten um in einander umgerechnet zu werden.
- RFM VII 183[5]      Ist aber nicht auch bei uns das Verhältnis der Längen des Meters & Fußes experimentell bestimmt worden? Doch; aber das Ergebnis wurde zu einer Regel gestempelt.
- 184[1]      Die Mathematik hat schon alles vorbereitet.

- 184[2] "Eine Reihe hat doch für uns *ein* ? Gesicht!" Wohl; aber welches? – Nun doch das algebraische, & das eines Stücks der Entwicklung. Oder hat sie sonst noch eins? – "Aber in dem liegt doch schon alles!" – Aber das ist keine Feststellung über das Reihenstück, oder über etwas, was wir darin erblicken; sondern der Ausdruck dafür, daß wir nur auf den Mund der Regel schauen & *tun*, & an keine weitere Anleitung appellieren.
- 184[3] Der Vorgang des Ableitens hat einen Grund (Boden).
- 184[4] "Aber Du siehst doch ..." Nun das ist eben die charakteristische Äußerung Eines, der von der Regel gezwungen ist.
- 184[5] Also *so*, ein Bild kommt Dir vor Augen! – könnte ich sagen.
- 184[6] & "Aber darin liegt doch schon alles!" Nun, was willst Du mehr?
- 185[1] Das ist eben der Ausruf den diese Situation Und es ist nun eine andere Frage, warum ich geneigt bin gerade dies zu sagen. Denn zur Anwendung der Regel gehört das ja nicht.
- 185[2] Woher die Idee, es wäre die angefangene Reihe ein sichtbares Stück unsichtbar bis in's unendliche gelegter Geleise?
- 185[3] Warum aber: "es liegt doch schon alles in ihr"? – Ich brauche nur noch die Kurbel drehen, alles übrige macht die Maschine. Und die Kurbel drehen ist etwas so Einfaches: ich kann es automatisch tun.
- 185[4] Ich glaube im Reihenstück ganz fein eine Zeichnung zu erblicken, die nur mehr das "u.s.w." bedarf um in die Unendlichkeit zu reichen.

- 185[5] & 186[1] "Ich erblicke ein Charakteristikum in ihr." – Nun, doch etwas, was dem algebraischen Ausdruck entspricht. – "Ja, aber nichts Geschriebenes, sondern förmlich etwas ätherisches." – Welches seltsame Bild. – "Etwas, was nicht der algebraische Ausdruck ist, sondern wofür dieser nur eben der *Ausdruck* ist."
- 186[2] Ich erblicke etwas in ihr – ähnlich wie die Gestalt im Vexierbild. Und sehe ich das, so sage ich: "das ist alles, was ich brauche." – Wer den Wegweiser findet, sucht nun nicht nach einer weiteren Instruktion, sondern er *geht*. (Und sagte ich statt "er geht" – "er richtet sich nun nach ihm", so könnte der Unterschied der beiden nur sein, daß der zweite Ausdruck auf gewisse psychologische Begleiterscheinungen anspielt.)
- 186[3] & 187[1] Die Regel kann mich in mehr als einem Sinne zwingen. Durch die Macht der Gewohnheit, z.B. oder menschlicher Gesetze. Aber an diesen Zwang denke ich nicht. Sondern an den Zwang, der darin liegt, daß die Regel schon alles vorgemacht hat, was ich ihr nachmachen kann; daß sie in *logischer* Schrift schon alles vorgeschrieben hat.
- 187[2] Einer Regel folgen: da gibt es viele verschiedene charakteristische Arten des Benehmens. [Lesen.]
- 187[3] "Wie kann ich einer Regel folgen?" Nun, was kann ich *mehr* tun, als zu beschreiben, wie man ihr folgt; als einen besonderen Fall beschreiben? – Und ist das nun eine Erklärung? – Für Manchen ist es eine. – Und habe ich mehr als ich gebe? Nein; mehr *habe* ich nicht.

- 187[4] Das *ist* eben eine Beschreibung des Vorgangs ‘einer Regel folgen’.
- 187[5] & 188[1] Wenn ich auf dem Mars ein Wesen beobachtete das auf einen Wegweiser-ähnlichen Gegenstand schaut & ihm dann parallel geht, so hätte ich keine Berechtigung zu sagen, es folge ihm, auch wenn ich alle seine Gefühle in diesem Augenblick kennte. “Aber er muß doch wissen ob er dem Zeichen folgt!” – Nicht durch Introspektion!
- 188[2] Man kann einer Regel nicht *einmal* folgen.
- 188[3] Wenn in der Geschichte einmal ein Mensch eine Multiplikation, sagen wir  $127 \times 938$ , ausgeführt hätte, dann hätte er, *was immer* seine gedanklichen Prozesse dabei waren, nicht multipliziert.
- 188[4] Damit es mir erscheinen kann, als hätte die Regel alle ihre Folgesätze zum voraus erzeugt, müssen sie mir *selbstverständlich* erscheinen. So selbstverständlich, wie es mir ist, diese Farbe “blau” zu nennen.
- 188[5] 31.03.1944
- Wozu spielt die Mathematik mit den Begriffen? – Sie macht sie für unsere Zwecke brauchbar.
- 188[6] & 189[1] 13.04.1944
- Was wir “Sprache” nennen ist eine Institution. Es könnte nicht *einmal* in der Geschichte der Menschheit ein Satz ausgesprochen, & verstanden, werden. Und so auch kein Befehl & keine

Regel. (Vergleiche damit den Gedankengang über Idealismus & Solipsismus & die Möglichkeit einer 'privaten Sprache'.)

- RFM VII  
189[2] Inwiefern kann man sagen, ein Satz der Arithmetik gebe uns einen Begriff? Nun, denken wir uns ihn nicht als Satz, als Entscheidung einer Frage, sondern als eine, irgendwie anerkannte, Verbindung von Begriffen.
- 189[3] Die mathematischen Sätze als Katalognummern der Beweise (Ursell). Wie wüßte man sonst, welchen Satz wir den vom Beweis bewiesenen nennen sollten? Wie ist es aber mit unbewiesenen Sätzen? Nun, die warten eben noch auf Beweise, die sie katalogisieren, oder sie sind ihre eigenen Beweise (Axiome).
- 190[1] Der Beweis verschafft dem Satz Anerkennung.
- 190[2] Der Beweis knüpft eine Kette von Begriffsverbindungen.
- 190[3] Der Beweis reiht den Satz in ein System ein.

- 190[4] & 191[1] Könnte man sagen, daß der Beweis von  $25^2 = 625$  zeigt *inwiefern*  $25^2 = 625$  ist? – Das heißt eigentlich: “könnte man den Sinn (den Gebrauch) eines math. Satzes dadurch erklären, daß man zeigt, was als sein Beweis gelten soll?” Es ist zweifellos, daß der Beweis nicht nur diesem Satz im Gegensatz zu einem andern Anerkennung verschafft, sondern uns auch zeigt warum man so einen Satz überhaupt ausspricht. Kinder, wenn sie den Anfang der Arithmetik lernen, werden nicht drauf aufmerksam gemacht, daß  $4 + 5$  auch etwas andres sein könnte als 9. Sie lernen aus einer Reihe von 4 Kugeln & einer von 5 eine von 9 machen, & eine Reihe von 9 in eine von 4 & eine von 5 zerlegen. Sie üben einen Vorgang ein & lernen (dabei) einen Satz sagen. Den Vorgang kann man den Beweis des Satzes nennen, aber er gibt vor allem dem Satz seine Anwendung.
- 191[2] Der Satz & der *Beweis* müssen jeder in *anderem* Sinne eine Begriffsverbindung sein. – Das will eigentlich sagen, daß man den Satz & den Beweis auf wesentlich andere Weise verwendet. Nun, ich beweise den Satz zuerst, & dann verwende ich ihn (z.B.) als Paradigma für Urteilsübergänge. Der Beweis überredet mich dazu, den Satz zu gebrauchen oder: überzeugt mich davon, daß ich den Satz gebrauchen darf.
- RFM VII 191[3] Das gleichgesetzte  $25^2$  & 625 gibt mir nun, könnte man sagen, einen neuen Begriff. Und der Beweis zeigt, was es mit dieser Gleichheit für eine Bewandtnis hat. – “Einen neuen Begriff geben” kann nur heißen, eine neue Begriffsverwendung einführen, eine neue Praxis.

RFM VII "Wie kann man den Satz von seinem Beweis loslösen?" Dieser  
192[1] Satz zeigt natürlich eine falsche Auffassung.

RFM VII Der Beweis ist eine *Umgebung* des Satzes.

192[2]

RFM VII 'Begriff' ist ein vager Begriff.

192[3]

RFM VII Nicht in jedem Sprachspiel gibt es etwas, was man "Begriffe"  
nennen wird.

192[4]

RFM VII Begriff ist etwas wie ein Bild, womit man Gegenstände ver-  
192[5] gleicht.

RFM VII Gibt es im Sprachspiel (2) Begriffe? Aber man könnte es leicht

192[6] &

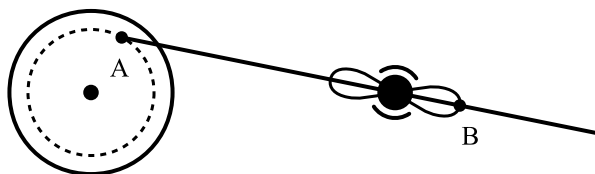
193[1]

so erweitern, daß "Platte", "Würfel", etc. zu Begriffswörtern  
würden. Z.B. durch eine Technik des Beschreibens oder Abbil-  
dens jener Gegenstände. Es ist natürlich keine scharfe Grenze  
zwischen Sprachspielen, die mit Begriffen arbeiten, & andern.  
Wichtig ist, daß das Wort "Begriff" sich auf eine Art von Behelf  
im Mechanismus der Sprachspiele bezieht.

RFM VII Betrachte einen Mechanismus. Etwa den:

193[2] &

194[1]



Während der Punkt A einen Kreis beschreibt, beschreibt B eine  
Acht. Wir schreiben das nun als einen kinematischen Satz.  
Indem ich den Mechanismus umtreibe, beweist mir seine Be-  
wegung den Satz; wie eine Konstruktion auf dem Papier es

täte. Der Satz entspricht etwa einem Bild des Mechanismus mit den eingezeichneten Bahnen der Punkte A & B. Er ist also in gewisser Beziehung ein Bild jener Bewegung. Er hält das fest, wovon mich der *Beweis* überzeugt. Oder – wozu er mich überredet.

194[2] Wenn mir nun der Beweis einen neuen Begriff gibt; was tut der bewiesene Satz? Man könnte sagen: der bewiesene Satz spielt auf diesen Begriff an.

RFM VII Wenn der Beweis das Vorgehn nach der Regel registriert, so  
194[3] erzeugt er (dadurch) einen neuen Begriff.

RFM VII Indem er einen neuen Begriff erzeugt, überzeugt er mich von  
194[4] & etwas. Denn zu dieser Überzeugung ist es wesentlich, daß das  
195[1] Vorgehn nach diesen Regeln immer das gleiche Bild erzeugen muß. ('Gleich' nämlich nach unsern gewöhnlichen Regeln des Vergleichens & Kopierens.)

RFM VII Damit hängt es zusammen, daß man sagen kann, der Beweis  
195[2] müsse das Bestehen einer internen Relation zeigen. Denn die interne Relation ist die Operation, die eine Struktur aus der andern erzeugt als äquivalent angesehen mit dem Bild dieses Übergangs selbst – so daß nun der Übergang dieser Bilderreihe gemäß eo ipso ein Übergang jenen Regeln gemäß ist.

RFM VII Indem der Beweis einen Begriff erzeugt, überzeugt er mich von  
195[3] etwas. Wovon er mich überzeugt, ist in dem Satz ausgesprochen, den er bewiesen hat.

- RFM VII 195[4] & 196[1] Problem: Bedeutet das Wort "mathematisch" jedesmal das Gleiche: wenn wir von 'mathematischen' Begriffen, von 'mathematischen' Sätzen & von 'mathematischen' Beweisen reden? |
- RFM VII 19.04.1944 196[2] Was hat nun der bewiesene Satz mit dem Begriff zu tun den der Beweis schuf? Oder, was hat der bewiesene Satz mit der internen Relation zu tun, die der Beweis demonstrierte?
- RFM VII 196[3] Das Beweisbild ist ein Instrument des Überzeugens.
- RFM VII 196[4] Es ist klar, man kann auch den unbewiesenen math. Satz anwenden; ja auch den falschen. Der math. Satz sagt mir dann: Verfahre so!
- RFM VII 196[5] "Wenn uns der Beweis überzeugt, dann müssen wir auch von den Axiomen überzeugt sein". Nicht als von empirischen Sätzen; das ist ihre Rolle nicht. Sie sind im Sprachspiel von der Verifikation durch die Erfahrung ausgeschlossen. Sind nicht Erfahrungssätze sondern Prinzipien des Urteilens.
- 197[1] Der Beweis überredet mich, so zu verfahren. Der bewiesene Satz sagt: "verfahre so!"
- RFM VII 197[2] Ein Sprachspiel: Wie habe ich mir eins vorzustellen, in dem Axiome, Beweise & bewiesene Sätze auftreten?

- RFM VII  
197[3] &  
198[1] Wer in der Schule zum erstenmal ein bißchen von der Logik hört, der ist sogleich davon überzeugt, wenn man ihm sagt, ein Satz implizierte sich selbst, oder wenn er nun den Satz vom Widerspruch lernt, oder des ausgeschlossenen Dritten. – Warum ist er gleich davon überzeugt? Nun, diese Gesetze passen ganz in den Gebrauch der Sprache, der ihm so geläufig ist. Dann lernt er etwa kompliziertere Sätze der Logik beweisen. Die Beweise werden ihm vorgeführt, & er ist wieder überzeugt; oder er erfindet einen Beweis selber. Er lernt so neue Techniken des Schließens. Und auch, auf welche Rechnung es zu setzen ist, wenn (nun) Fehler sich zeigen.
- RFM VII  
198[2] Der Beweis überzeugt ihn, daß er an dem Satz, an der Technik, die er vorschreibt, festhalten muß; aber er zeigt ihm zugleich, wie er an dem Satz festhalten kann, ohne Gefahr zu laufen mit einer Erfahrung in Konflikt zu geraten.
- 198[3] Der Philosoph ist der, der in sich viele Krankheiten des Verstandes heilen muß, ehe er zu den Notionen des gesunden Menschenverstandes kommen kann.
- RFM VII  
198[4] Jeder Beweis in der angewandten Mathematik kann aufgefaßt werden als ein Beweis der reinen Mathematik, welcher beweist daß *dieser* Satz aus *diesen* Sätzen folgt, oder aus ihnen durch die & die Operationen zu erhalten ist; etc.
- RFM VII  
198[5] Der Beweis ist ein bestimmter *Gang*. Wenn wir ihn beschreiben, so werden Ursachen nicht genannt.
- RFM VII  
199[1] Ich handle auf den Beweis hin. – Aber wie? – Dem Satz gemäß der bewiesen wurde.

RFM VII 199[2] Der Beweis hat mich etwa eine Technik des Approximierens gelehrt. Aber er hat doch *etwas* bewiesen, mich von etwas überzeugt. *Das* spricht der Satz aus. *Er* sagt, was ich nun auf den Beweis hin tun werde.

RFM VII 199[3] Der Beweis gehört zum Hintergrund des Satzes. Zum System, in dem der Satz wirkt.

RFM VII 199[4] Sieh', *so* geben 3 und 2 5. Merk Dir diesen Vorgang!

RFM VII 199[5] & 200[1] Jeder Erfahrungssatz kann als Regel dienen wenn man ihn – wie einen Maschinenteil – feststellt, unbeweglich macht, so daß sich nun alle Darstellung um ihn dreht & er zu einem Teil des Koordinatensystems wird & unabhängig von den Tatsachen.

RFM VII 200[2] "So ist es, wenn dieser Satz aus diesen abgeleitet wird. Das mußt Du doch zugeben." – Was ich zugebe ist, daß ich so einen Vorgang *so* nenne.

---

200[3] –

– – Und ist denn *diese* Reihe nicht eben durch diese Folge *definiert*? – Nicht durch die Folge; aber durch eine Regel; oder durch die Abrichtung zum Gebrauch der Regel.

200[4] Ich kann jemand dazu abrichten, einer Regel zu folgen. Und als Einleitung dazu lehre ich ihn, etwa gewisse *gleichmäßige* Tätigkeiten ausführen: Z.B. eine Linie wie diese  
—●●—●●—●●—●●—●●

weiter & weiter zu ziehen.

201[1] "Die Regel bestimmt, was ich auf jeder Stufe zu schreiben habe." Das kann man so auffassen, wie: "Die Konstruktion des Mechanismus bestimmt die Bewegung dieses Teils für jede Lage der Kurbel die ihn antreibt". Der Mensch ist also die Maschine, die mit Hilfe der Regel, des Befehls, der die Regel enthielt, der Abrichtung im Befolgen von Befehlen (etc.) gezwungen wurde, auf dieser Stufe *dies* zu schreiben (*so* zu handeln).

201[2] &  
202[1] "Aber auch ohne den Zwang des Befehls funktioniert die Regel doch wie eine endliche, oder unendliche Vorlage, nach der ich mich richten *kann*." Z.B. wenn die Regel ist, im Dezimalsystem von einer Kardinalzahl zur nächsten fortzuschreiten. – Nun, der Ausdruck der Regel ist entweder ein allgemeiner, etwa algebraischer, oder er ist ein Stück der Reihe mit dem Und-so-weiter. Wie aber kann man das eine Vorlage nennen nach der ein beliebig langes Stück der Reihe angeschrieben werden kann? (Hier ist es nun so leicht zu denken, daß die eigentliche Vorlage in unserer Seele existiere. Aber denke daran daß ja diese geistige Vorlage selbst durch Zeichen hervorgerufen werden mußte; & auch, daß die Vorlage erst noch in ihre Kopie übersetzt werden will. Und wenn sich mein Geist nach den Zeichen richten konnte, warum dann nicht gleich meine Hand?)

202[2] Nun, eines ist gewiß: Man kann nach der Regel eine Zeichenfolge aufschreiben & die als Vorlage gebrauchen. Und das ist wichtig.

202[3] & 203[1] & 204[1] Wie führt mich also die Regel? (Etwa die Werte von  $x^2+23$  hinzuschreiben, wenn  $x$  die Kardinalzahlen durchläuft.) – Ich sehe etwa die Regel immer wieder an, murmle Rechnungen vor mich hin & schreibe eine Folge von Zahlen. Ferner: Ich gebe Einem der mit meinen Zahlen nicht einverstanden ist gewisse Gründe & Erklärungen meines Handelns. Wie aber, wenn diese Gründe & Erklärungen niemand überzeugten? Wenn Alle sagten, ich schriebe die Zahlen regellos & ohne Rechtfertigung. Nun, das wäre ähnlich, wie wenn die Menschen plötzlich meine Sprache nicht mehr verstünden; wenn ich etwa eines Morgens aufwachte & alle Menschen um mich sprächen eine mir völlig fremde Sprache & gäben Zeichen des Erstaunens, sobald sie mich reden hörten. Was würde ich da sagen? Daß alle Andern ihre Sprache geändert & die alte vergessen hätten; oder daß ich meine Sprache über Nacht geändert habe, oder überhaupt keine Sprache mehr spreche. Nun es würde darauf ankommen, ob ich im Stande wäre ihre Sprache zu lernen & sie meine, oder ob es zu keiner Verständigung käme. Was ich in diesem Falle sagen würde, *weiß ich nicht*. Wie sollte ich sagen, was wahr ist. Sie würden mich vielleicht in ein Irrenhaus sperren, & ich daraus zu entinnen suchen. Ich kann mir aber vorstellen, daß ich von der Veränderung so erschüttert wäre, daß ich mich nicht trauen würde, ein Urteil auszusprechen.

---

205[1] 03.07.1944

“Aber wie kann mich eine Regel lehren, was ich an dieser Stelle zu tun habe? – Was immer ich tue, ist doch durch irgend eine Deutung mit der Regel zu vereinbaren.” Nein; so sollte es nicht

heißen. Sondern so: "Jede Deutung hängt, mitsamt dem Ge-  
deuteten, in der Luft & kann es also nicht an einem Platz fest-  
halten."

205[2] "Also ist, was immer ich tue, mit der Regel vereinbar?" – Laß  
mich so fragen: Was hat denn der Ausdruck der Regel (der  
Wegweiser z.B.), wieviele Deutungen immer ich ihm hinzufü-  
ge, mit meinen Handlungen zu tun? Welche Beziehung besteht  
da überhaupt? – Etwa die: ich bin zu einem Reagieren auf diese  
Zeichen abgerichtet, & nun reagiere ich auf sie so & so.

206[1] Denn das ist klar: Es ist nicht möglich, daß in der Geschichte  
der Menschheit *einmal* nur einer Regel (einem Wegweiser  
etwa) gefolgt würde. Es ist nicht möglich daß nur *einmal* in der  
Geschichte der Menschheit eine Mitteilung gemacht; ein Befehl  
gegeben & verstanden, oder ein Gedanke gedacht worden  
wäre. Und die Unmöglichkeit ist hier die logische. Einen Satz  
aussprechen & verstehen heißt eine Sprache sprechen & verste-  
hen.

206[2] & 207[1] So wie es auch unmöglich ist, daß nur einmal in der Geschichte Menschen ein Spiel gespielt hätten. – Aber ist es denn undenkbar, daß *nur einmal* zwei Leute sich zu einem Schachbrett gesetzt & eine Schachpartie gespielt hätten? Es ist natürlich denkbar, daß diese Leute alle Handlungen einer Schachpartie vollzogen hätten. Ja, wenn Du irgend welche begleitende Vorgänge & Zustände für eine Schachpartie wesentlich hältst, können auch diese stattgehabt haben. Aber mit welchem Recht könnte man das alles ein *Spiel* nennen. Es könnte ebensowohl die zwecklose Handlung zweier Wahnsinniger sein. Was wir “Spiel” nennen ist eine menschliche Gepflogenheit mit einem bestimmten Platz unter andern menschlichen Gepflogenheiten. Und ebenso ist das auch die Sprache in allen ihren Formen.

207[2] & 208[1] Bedenke auch dies. Ich kann heute ein Spiel erfinden, das dann eben nie von mir, oder Andern gespielt wird. – Wie wäre aber das: “Die Menschen haben nie Spiele gespielt, aber einmal hat ein Mensch ein Spiel erfunden; es ist allerdings dann nicht gespielt worden”?

208[2] & Einer Regel folgen, das ist analog dem, einem Befehl zu folgen.  
209[1] Auch dazu werde ich abgerichtet. Und nun reagiere ich auf ihn in bestimmter Weise. Wie aber, wenn Andere anders auf den Befehl & die Abrichtung reagieren? Wer hat dann Recht? Ich käme zu einem fremden Stamm & Einer gäbe scheinbar in der mir unbekanntem Sprache einen Befehl; seine Gebärde, Stimme, & die Situation legt es mir nahe daß es ein Befehl ist. Ich höre diese Laute oder Worte von verschiedenen Menschen bei verschiedenen Gelegenheiten im gleichen Ton ausgesprochen, sehe aber keine Regelmäßigkeit in den Reaktionen der Anderen, an die die Worte gerichtet werden. Werde ich sie da einen Befehl nennen? In den Reaktionen auf einen Befehl muß es Gleichförmigkeit geben.

209[2] & 210[1] So erkläre ich also, was Befehl & was Regel heißt durch Gleichförmigkeit also durch Regelmäßigkeit?! Wie erkläre ich "gleich", wie erkläre ich "regelmäßig"? Nun, Einem der z.B. Französisch spricht werde ich diese Worte durch die entsprechende französischen erklären. Einem aber der, wie wir sagen könnten, die Begriffe noch nicht hat, werde ich die Wörter durch *Beispiele & Übung* gebrauchen lehren. Und dabei gebe ich ihm *nicht* weniger als ich selbst habe. Ich werde ihm also in diesem Unterricht gleiche Farben, gleiche Längen, gleiche Gesichter usw. zeigen; u.s.w.. Ich werde ihm 'regelmäßige' Figuren zeigen, ihn anleiten, Figurenreihen regelmäßig fortzusetzen. Etwa eine Reihe —●●●—●●●—●●●— u.s.w. u.s.w. Es wird mir aber vielleicht auch gelingen ihm eine andere Art der Regelmäßigkeit zu lehren so daß er etwa die Reihe —●—●●—●●●— so fortsetzt —●●●●—●●●●— usw. Ich mach's ihm vor, er macht es mir nach & ich verwende Ausdrücke, Gebärden, der Zufriedenheit, der Unzufriedenheit, der Erwartung usw..

210[2] & 211[1] Aber erklärst Du ihm wirklich alles, was Du selbst verstehst? – Läßt Du ihn nicht doch die Tendenz Deiner Erklärungen *erraten*? Denn Du gibst ihm doch immer nur eine begrenzte Zahl von Beispielen; er aber soll *erraten*, wie Du sie meinst, was Deine Absicht ist. – Eine Erklärung, die ich mir selbst geben kann, gebe ich auch ihm. – "Er *errät*, was ich meine", hieße: ihm schweben mehrere Interpretationen vor, & er rät auf eine von ihnen. Er könnte dann also fragen & ich könnte & würde ihm antworten.

- 211[2] Wie immer Du ihn im Fortsetzen der Reihe —●●●—●●●—●●● unterrichtest, wie kann er *wissen*, wie er sie selbständig fortzusetzen hat? Nun, wie weiß *ich's* selber? – Wenn das heißt: habe ich Gründe? so ist die Antwort: die Gründe werden mir bald ausgehen. Und ich werde dann ohne Gründe handeln.
- 211[3] & 212[1] Wenn mir jemand, den ich fürchte, den Befehl gibt, die Reihe —●—●●—●●●— fortzusetzen, so werde ich schleunig, mit Sicherheit, handeln & das Fehlen von Gründen stört mich nicht.
- 212[2] Aber es ist doch klar, daß dieser Reihenanfang verschieden (algebraisch) gedeutet werden konnte, & Du mußtdest daher eine von diesen Deutungen wählen! Durchaus nicht. Es war, unter Umständen, ein (solcher) Zweifel möglich, aber das heißt nicht, daß ich gezweifelt habe, oder auch (nur), daß ich zweifeln *konnte*.
- 212[3] Nur eine Intuition konnte diesen Zweifel heben? – Wenn sie eine Art innere Stimme ist– wie weiß ich wie ihr zu folgen ist. Und wie weiß ich, daß sie mich nicht irreleitet.
- 212[4] & 213[1] So sagst Du also, daß die Übereinstimmung der Menschen bestimmt, was wahr & falsch ist? – Richtig & Unrichtig gibt es nur im Denken, also im Ausdruck der Gedanken; & der Ausdruck der Gedanken, die Sprache, ist den Menschen gemeinsam. Er ist eine Lebensform in der sie übereinstimmen (nicht eine Meinung).
- 213[2] & 214[1] Wäre es denn aber nicht denkbar, daß jeder Mensch nur für sich selbst dächte, nur zu sich selbst redete? (In diesem Fall könnte dann auch jeder seine eigene Sprache haben.)

§ Es gibt Fälle, in welchen wir sagen, Einer ermahne sich selbst; befehle, gehorche, bestrafe, tadle, frage & antworte sich selber. Dann kann es also Menschen geben, die nur die Sprachspiele kennen, die jeder mit sich selbst spielt. Ja es wäre denkbar, daß solche Menschen ein reiches Vokabular hätten. Wir können uns denken, daß ein Forscher in ihr Land käme & beobachtete, wie jeder von ihnen seine Tätigkeiten mit artikulierten Lauten begleitet, sich aber dabei nicht an Andere wendet. Der Forscher kommt irgendwie auf den Gedanken daß diese Leute Selbstgespräche führen, belauscht sie bei ihren Tätigkeiten & es gelingt ihm eine wahrscheinliche Übersetzung ihrer Reden in unsere Sprache. Er ist durch das Lernen ihrer Sprache auch in den Stand gesetzt Handlungen vorauszusagen welche die Leute später ausführen, denn manches was sie sagen ist der Ausdruck von Vorsätzen & Entschlüssen oder Vorsätzen. (Wie diese Leute ihre Sprache haben lernen können ist hier gleichgültig.)

214[2] & 215[1] Aber wenn nun so ein Mensch sich selbst befiehlt auf diesen Baum zu klettern & wenn anderseits ich es mir befehle, der diesen Befehl nicht nur sich selbst, sondern auch einem Andern geben kann: ist der *Gedanke* dieses Befehls in beiden Fällen der gleiche? Das kannst Du beantworten, wie Du willst. Stell dir nur nicht vor, daß der Gedanke eine *Begleitung* des Sprechens ist. Stell Dir das Denken nicht vor wie den Text, der die Melodie des Lieds begleitet, sondern eher wie den 'Ausdruck' mit welchem das Lied gesungen wird.

215[2] Vom Worte "denken" könnte man sagen, es sei nicht ein Tätigkeitswort.

215[3] & 216[1] Wenn wir reden oder schreiben (nämlich nicht gedankenlos) so sind wir im allgemeinen nicht geneigt zu sagen wir dächten schneller als wir sprechen, sondern der Gedanke scheint solange zu dauern wie sein Ausdruck. Andererseits aber hören wir von der Schnelle des Gedankens, wie uns Gedanken blitzartig durch den Kopf gehen Probleme uns klar werden, etc. Geschieht nun hier mit großer Geschwindigkeit dasselbe was beim gewöhnlichen Sprechen langsam vorsichgeht, sodaß man beim blitzartigen Denken etwa mit ungeheurer Geschwindigkeit zu sich selbst spräche? Ich glaube, das wird man nicht sagen wollen.

216[2] & 217[1] Mozart in einem berühmten Briefe schreibt, er sähe ein ganzes musikalisches Werk mit einem Schläge vor seinem Geiste. – Wie ist das möglich, hörte er es in rasendem Tempo gespielt vor seinem Geiste; oder gar so daß alle Töne gleichzeitig erklangen? Und mit welchem Rechte sagte er dann er habe ein Musikstück im Geiste wahrgenommen? Wie wußte er, daß ein Musikstück dem entsprach was er wahrnahm.

217[2] “Diese ganze Lösung sah ich in einem Augenblick vor mir.” Du sahst sie gleichsam in der Verkürzung, aber wie weißt Du, daß es *das* war was Dir in der Verkürzung erschien? Kannst Du es mir, kannst Du es Dir selbst beweisen? – Aber dies bist Du zu sagen geneigt.

217[3] & 218[1] “Jetzt weiß ich weiter!” ist ein Ausruf. Entsprechend einem Naturlaut, einem freudigen Aufzucken.

- 218[2] Ich kann in demselben Sinn blitzartig einen Gedankengang vor mir sehen, oder verstehen, wie ich ihn mit wenigen Worten, oder Strichen notieren kann. Was macht diese Notiz zu einer Zusammenfassung dieses Gedankens? Der Gebrauch, den ich von ihr mache.
- 218[3] Das 'erlösende Wort' kann nur erlösen, weil es sozusagen, der Schlußstein zu einem Gebäude ist. Wer *diese* Voraussetzungen nicht hat, für den ist es nicht das erlösende Wort.
- 218[4] & 219[1] Wie das Lachen einem Witz, so folgt dieser Ausdruck, & etwa Worte wie "jetzt hab ich's!" dem Suchen nach einer Lösung.
- 219[2] & 220[1] Daraus, daß es uns erscheint, als wüßten wir nun weiter folgt nicht, daß wir auch wirklich weiter können, also nicht steckenbleiben, wenn wir versuchen weiter zu gehen. Hier kann es Fälle geben, in denen wir sagen: "als ich sagte, ich wisse weiter, da *konnte* ich fortsetzen, aber jetzt kann ich's nicht". Das werden wir z.B. sagen wenn inzwischen eine unvorhergesehene Störung eingetreten ist. Aber das Unvorhergesehene durfte nicht einfach das sein, daß wir stecken blieben. Es wäre denkbar, daß Einer immer wieder solche Scheinerleuchtungen hätte; immer wieder ausriefe "Jetzt hab ich's!" & dies dann nie durch die Tat rechtfertigen könnte. Es schiene ihm vielleicht als vergäße er sofort wieder die Bedeutung des Bildes das ihm vorgeschwebt hatte.

- 220[3] Uns interessiert die Tatsache, daß wir unter Umständen eine plötzliche Sicherheit fühlen, wir könnten einen Gedanken ausarbeiten; & daß uns diese Sicherheit sehr oft nicht trägt. Sie ist ähnlich der, ich werde die & die Melodie fortsetzen können, wenn mir Einer nur die ersten Takte angibt.
- 220[4] & 221[1] Man könnte hier sagen es handle sich eben um Induktion & ich sei so sicher wie ich es bin, daß dieser Stein zu Boden fallen wird, wenn ich ihn auslasse. Darauf kann man sagen daß man eben auch zu dieser Sicherheit keine Rechtfertigung braucht. Was könnte die Sicherheit *mehr* rechtfertigen als der Erfolg, oder so sehr rechtfertigen, wie der Erfolg?
- 221[2] Welchen Unterschied macht es, ob meine Sicherheit dem Andern wohl begründet erscheint, oder nicht?
- 221[3] Diese Betrachtungen werfen ein Licht auf die Grammatik des Wortes "Denken", & zeigen daß diese grundverschieden ist von der der Worte "reden", "schreiben", etc.
- 221[4] & 222[1] Die Private Sprache, die ich oben beschrieben habe ist eine solche, wie sie etwa Robinson auf seiner Insel hätte mit sich selbst sprechen können. Hätte ihn jemand belauscht & beobachtet, er hätte diese Sprache Robinsons lernen können. Denn die Bedeutungen der Worte zeigten sich im Verhalten Robinsons.

222[2] Wäre aber nicht eine Sprache denkbar in der Einer für seinen eigenen Gebrauch seine privaten Empfindungen, seine inneren Erlebnisse ausspricht oder aufschreibt? Diese Sprache wäre dann natürlich nur für ihn selbst verständlich, denn niemand als er könnte je wissen worauf sich die Worte, Zeichen, der Sprache beziehen.

222[3] & 223[1] Die Frage ist: Wie *beziehen* sich Wörter auf Empfindungen. Darin scheint kein Problem zu liegen; denn reden wir nicht immer wieder von Empfindungen & benennen sie? Z.B. Schmerzen aller Art, Trauer, Freude etc. etc. – Aber wie wird hier die Beziehung eines Namens mit der benannten Beziehung hergestellt. Denn wir können der Empfindung jedenfalls keinen Namenszettel ankleben. Nun, das Wort für die Empfindung wird mit einem natürlichen Ausdruck der Empfindung verbunden an die Stelle dieses Ausdrucks gesetzt. Das Kind hat sich verletzt, es schreit, & nun lehren es die Erwachsenen einen bestimmten Ausruf, Worte, – zuerst etwa der Kindersprache, später der Sprache der Erwachsenen.

223[2] & 224[1] “Sagst Du also, daß das Wort ‘Schmerz’ ursprünglich das Schreien des Schmerzes bedeutet?” – Im Gegenteil. Es ersetzt das Schreien, aber sagt nicht daß Einer schreit. Die Worte “ich habe Schmerzen” werden zu einem Teil des Schmerz-Benehmens; & sagen daher nicht, daß jemand sich so benimmt. Und so sind alle sprachlichen Äußerungen der Empfindungen mit den ursprünglichen Empfindungsäußerungen verknüpft worden.

224[2] & 225[1] Inwiefern sind nun meine Empfindungen privat? Nun, nur *ich* kann wissen ob ich wirklich Schmerzen habe; der Andre kann es nur vermuten. – Das ist einerseits falsch, andererseits unsinnig. Wenn wir “wissen” gebrauchen wie es normalerweise gebraucht wird (& wie, zum Teufel, sollen wir es denn gebrauchen?) dann wissen es Andre sehr oft, wenn ich Schmerzen habe. Ja, aber doch nicht mit der Sicherheit, mit der Du es selbst weißt? – Von mir kann man überhaupt (außer etwa im Spaß) nicht sagen: ich wisse, daß ich Schmerzen habe. Was soll es heißen? – außer etwa: daß ich Schmerzen habe. Man kann nicht sagen: die Anderen lernen meine Empfindungen *nur* durch mein Benehmen, denn von mir kann man nicht sagen ich lernte sie. Ich *habe* sie. Das ist richtig: es hat Sinn von Andern zu sagen, sie seien im Zweifel darüber, ob ich Schmerzen habe, aber nicht, es von mir selbst zu sagen.

225[2] Und das ist auch von Bedeutung für die Grammatik der sprachlichen Empfindungsäußerungen: Der Arzt fragt die Schwester “Hat er starke Schmerzen”. Die Schwester antwortet “Er stöhnt”. Der Patient aber sagt nicht “Ich stöhne”, sondern er stöhnt.

225[3] & 226[1] Nun zurück zu jener ganz privaten Sprache. Wie bezeichnet der, der sie zu sich selbst spricht, seine Empfindungen durch Worte? – So wie wir's auch tun? Sind also seine Empfindungsworte mit den natürlichen Empfindungsäußerungen verbunden? – Ja in diesem Falle ist seine Sprache nicht privat. – Aber wie, wenn er gar keine natürlichen Äußerungen der Empfindung, sondern nur die Empfindung besitzt? – Nehmen wir einen einfachen Fall an. Er möge sich eine Art Tagebuch anlegen und seine Empfindungen durch Zeichen in dieses Buch eintragen. Und zwar setzt er sich vor eine bestimmte Empfindung durch ein Kreuz zu vermerken. Wenn er sie also hat, macht er zu dem entsprechenden Tag jenes Zeichen.

226[2] & 227[1] Zuerst muß ich sagen, daß er jenen Vorsatz, also die Definition des Zeichens, weder durch Worte, noch durch Gebärden, oder Schriftzeichen ausdrücken konnte. – Aber wie ist es nun mit dem Wiedererkennen der Empfindung? Das ist wohl auch eine Empfindung? Und wie weiß er, daß sie ihn berechtigt, wieder ein Kreuz hinzuschreiben? Wie erkennt er die Empfindung des Wiedererkennens? Soll ich sagen: er trägt ein Kreuz in's Tagebuch ein, wenn er *glaubt* die gleiche Empfindung, wie damals als er ihr den Namen gab, zu haben? Oder soll es heißen: wenn er dies zu glauben glaubt? Mit welchem Recht reden wir hier von 'gleich', von 'Empfindung', 'wiedererkennen' & 'glauben'? Denn das sind ja alles Wörter unsrer allgemeinen Sprache.

227[2] &  
228[1] Er hat ja eben kein Kriterium der Gleichheit! – Aber wenn er's nicht hat, dann haben wir's ja auch nicht & doch reden wir von gleichen Empfindungen. – Ja, aber wir brauchen hier kein Kriterium; sowenig wie eines dafür, daß wir Schmerzen haben. Denn wir in unsrer Sprache benützen die *Äußerung* des Schmerzes. Und wir *benutzen* sie zu verschiedenen Zwecken. Während wir vorgaben daß jener Mensch in seiner privaten Sprache die Empfindungen wie *Dinge* benennt, die er in einem Guckkasten sieht in den nur er allein schauen kann.

228[2] &  
229[1] “Du sagst also, wer hofft, glaubt, fürchtet, erwartet, das & das sei der Fall, werde eintreten, etc., bewege sich innerhalb einer Denktechnik, & daß es außerhalb einer solchen, & also außerhalb einer Gepflogenheit, kein Denken gibt; so wenig wie ein Sprechen außerhalb einer Sprache. (Plato nennt die Hoffnung eine Rede.) Aber ich weiß doch unmittelbar, es ist mir doch unmittelbar klar, daß ich (z.B.) etwas hoffen kann, ganz unabhängig davon, ob ich früher schon einmal etwas gehofft oder gedacht habe. Es ist mir klar, daß der Akt des Hoffens einzeln, für sich, existieren kann, logisch unabhängig von Früheren oder Späteren.” – Wenn Du hier (& in noch vielen andern Fällen) statt “es ist mir klar” sagtest: “ich bin geneigt, zu sagen ...”, so stimmen wir überein; denn auch ich bin oft geneigt gerade das zu sagen.

229[2] Wir sagen, der Hund fürchtet, er werde geschlagen werden, er erwartet sein Futter werde ihm gegeben werden. Aber wir würden nicht sagen: er fürchte, sein Herr werde ihn morgen schlagen, oder, sein Futter werde ihm nicht schmecken, wie sonst. Warum nicht?

229[3] & Ich denke den ganzen Tag an ihn. Was immer da in meiner  
230[1] & Seele vorgeht – was hat es mit *ihm* zu tun? – Ich habe ein Bild  
231[1] von ihm vor meinem geistigen Auge? Wie weiß ich daß es *sein*  
Bild ist? Und wenn dies Bild einem Andern ähnlicher sieht als  
meinem Freund, denke ich da an den Andern? So kann es nicht  
sein. Die Frage “wie weiß ich, daß es sein Bild ist, das mir  
vorschwebt” hieß gar nichts, sowenig wie die: “wie weiß ich  
daß *er* es ist an den ich denke?”. – Und wenn ich dabei seinen  
Namen ausspreche, so könnte man auch nicht fragen: “wie  
weißt Du, daß Du diesen Menschen meinst & nicht einen an-  
dern gleichen Namens?” Und das kommt nicht daher, daß zwi-  
schen dem Namen wenn ich ihn ausspreche & jener Person  
eine unsichtbare Verbindung besteht, dadurch nämlich, daß ich  
ihn *meine*. Die Verbindung zwischen dem, was ich sage oder  
sonst tue & der Person von der ich rede an die ich denke, be-  
steht in der Geschichte, in den Ereignissen die meinem Denken  
vorangegangen sind.

231[2] Ich denke in dem selben Sinne *an ihn*, wie ich *von ihm* rede.

- 231[3] & 232[1] Ich habe gehofft er werde mich heute nachmittag besuchen und mir Geld bringen. Das hatte eine *Vorgeschichte*. – Nachmittags nun blieb ich zu Hause; bereitete dies & das für ihn vor; dachte oft an ihn; wenn ich die Haustür gehn hörte horchte ich auf, fragte, wer gekommen sei, u.s.w. Ich tat, unterließ, dachte & sagte verschiedenes & meine Stimmung wechselte in bestimmter Weise. Das ist das Bild, die Erscheinung, des Hoffens auf dieses Ereignis. Der Zusammenhang alles dessen mit diesem Menschen ist ein geschichtlicher. Reden, Gedanken sind ein wichtiger Bestandteil meines Hoffens. (Das Wort "Bestandteil" könnte uns hier leicht irreführen.)
- 232[2] Ich werde aber vielleicht, während ich so meinen Freund erwarte, zu jemand sagen: "ich hoffe N.N. wird kommen". Wenn ich das sage, ist das nun eine Beschreibung der Gedanken & der Handlungen, die ich vorhin erwähnt habe? Nein; es ist ein Ausdruck des Hoffens. Sage ich aber "Ich hoffe den ganzen Tag, er werde kommen", so ist das eine allgemeine Beschreibung meines Handelns & Fühlens.
- 232[3] Ein Beispiel, das die Grammatik von Wörtern wie "hoffen", "glauben", "meinen" klarer machen kann: Der Ausdruck "Ich grüße Dich" kann in einer Sprache ein *Gruß* sein; "Ich habe Dich begrüßt" aber ein *Bericht*.

- 232[4] & 233[1] Aber wenn ich nun in meinem Zimmer sitze & hoffe N.N. werde kommen & mir Geld bringen, & eine Minute dieses Hoffens könnte isoliert, aus ihrem Zusammenhang herausgeschnitten, werden: wäre es da kein Hoffen? – Aber nun sind ja alle Verbindungen durchschnitten & was immer in dieser Minute geschieht, hat seine Bedeutung verloren.
- 233[2] Nur so ist die Frage zur Ruhe zu bringen “Wie weiß ich wie kann ich wissen, was ich erwarte, oder wünsche, ehe es eingetreten ist?” Was für eine Beziehung hat ein Zustand meiner Seele zu Dingen & Ereignissen? Ist es eine Erfahrungstatsache daß der & der Geisteszustand eine Erwartung *dieses* Ereignisses ist?
- 233[3] & 234[1] & 235[1] Ja *weiß* ich denn, was ich wünsche, ehe der Wunsch erfüllt ist? Wenn das heißt “Kann ich’s sagen?”, so ist die Antwort im allgemeinen “ja”. Ist nun “Ich möchte ein Glas Wein trinken” der Ausdruck einer *Meinung*? Im allgemeinen: *nein!* So wenig, wie die Worte “Wein her!”, oder der Ruf “Hilfe”, wenn ich in’s Wasser falle. Wünschen heißt nicht: glauben das & das werde mir wohltun. Auch wäre *das* ein irreführender Vergleich: Das Gewünschte *paßt* in irgendeinem Sinne zum Zustand des Wunsches. Und wie ich eine Schraube in eine Mutter drehe um zu sehen, ob sie *paßt*, so muß ich zu dem ähnlichen Zweck Wunsch & Erfüllung zusammenhalten. Soll dieser Vergleich nicht irreführend, sein so müßte man sagen: Wenn ein kreisförmiges Loch 2 cm Durchmesser hat, so weiß ich damit schon, daß ein runder Bolzen von 2 cm Durchmesser hineinpassen wird.

- 235[2] Aber Deine Auffassung scheint dem geistigen Vorgang – der Hoffnung, dem Wunsch etc. – in der Zeit in welcher er meinen Geist einnimmt seine Kraft & Bedeutung zu nehmen.
- 235[3] Worin liegt denn die Macht & Bedeutung des Hoffens? Nicht in seinem Ausdruck im Leben des Hoffenden? Die Hoffnung als Leitstern.
- 235[4] &  
236[1] Hier könnte vom Gedankenstrom, von dem James redet, gesprochen werden & man könnte darauf hinweisen daß, so wie ein mir wohlbekannter Name genannt wird, meine Gedanken sich gleich in eine Reihe von Kanäle ergießen & in ihnen weiterlaufen & daß die Bedeutung des Namens sich in diesen Strömen offenbart.
- 236[2] Man könnte das auch so sagen: Dieser Name könnte freilich eine Menge Menschen bezeichnen, wen ich aber meine, das zeigt sich in den *Strömungen*, die von dem Namen ausgehen.
- 236[3] Und hier haben wir eine Erfahrungstatsache, während James nur scheinbar von einer solchen redet in Wirklichkeit aber um die Erfahrungstatsachen herum geht & eine metaphysische Bemerkung macht. Es ist als wenn Einer von den Erfahrungen reden möchte, aber immer ausgleitet & nur eine Art Ausruf herausbringt statt eines Satzes.
- 236[4] Er sollte uns sagen, was geschieht, & sagt statt dessen nur, was geschehen muß.
- 237[1] Er will eine Erfahrungstatsache mitteilen, rutscht aber aus & macht eine metaphysische Bemerkung.

- 237[2] Die Worte "ich meine den, der ..." sind z.B. eine solche Strömung, die von dem Namen ausgeht.
- 237[3] Es war, als ob die Empfindungen Dinge in einem Guckkasten wären, in welchen nur ich allein schauen kann. – Aber ist das nicht wirklich beinahe so im Falle der optischen Nachbilder. Ist es denn nicht gleichgültig, ob ich die Augen schließe um etwas zu sehen, oder ob ich dazu durch ein Loch in einen Kasten schaue?
- 237[4] & 238[1] Wer sagt "Es hat jetzt aufgehört zu schneien", dem antwortet man doch nicht: "Das ist nur leeres Gerede"; wohl aber Manchem, der sagt "Ich hoffe vom ganzen Herzen ..." Am Ausdruck der Stimme ist es nicht zu erkennen, ob es wirklich nicht mehr schneit.
- 238[2] Unter welchen Umständen werde ich sagen ein Stamm habe einen *Häuptling*? Und der Häuptling muß doch *Bewußtsein* haben. Er darf doch nicht ohne Bewußtsein sein!
- 238[3] & 239[1] Aber kommt, was Du sagst, nicht doch darauf hinaus, daß es ohne Schmerzbenahmen auch keinen Schmerz gibt? – Es kommt darauf hinaus, man könne nur vom lebenden Menschen, oder dem, was ihm ähnlich ist (sich ähnlich benimmt) sagen, es habe Empfindungen, sehe, sei blind, höre, sei taub, wache, oder sei bewußtlos, etc.

- 239[2] Aber im Märchen kann doch auch der Topf sehen & hören! (Wohl, aber er kann auch sprechen.) Das Märchen erdichtet aber doch nur was nicht der Fall ist, es spricht doch nicht Unsinn! Das ist so einfach nicht. Ist es Unwahrheit, oder Unsinn zu sagen, der Topf rede? Macht man sich ein klares Bild davon, unter welchen Umständen wir von einem Topf sagen würden, er rede? (Auch ein Unsinngedicht ist nicht Unsinn wie z.B. das Lallen eines Kindes.)
- 239[3] Ein Kind, im Spiel, kann ein Stück Holz streicheln, verbinden, ihm zureden, oder sagen, es habe Schmerzen.
- 240[1] Aber es gibt doch auch Fälle in denen Menschen nicht im Spiel, etwa in magischen, oder religiösen Verrichtungen, leblose Dinge behandeln, als wären sie lebendige!
- 240[2] Aber wie, wenn ich während der Schmerzen zu Stein erstarrte. Könnte der Schmerzzustand nicht weiter bestehen? Wären es nicht mehr *Schmerzen*, wenn ich die Fähigkeit verloren hätte sie auszudrücken? – Der *Stein hat* diese Schmerzen nicht. Du müßtest eigentlich von Deinen Schmerzen sagen, es sei nur bis jetzt immer so gewesen, daß ein *Mensch* sie hatte, oder sogar, daß *etwas* sie hatte. (Und das heißt eigentlich nur: ihr eigentlicher Ausdruck sei ein Ausruf.)
- 240[3] &  
241[1] Was ich gesagt habe, könnte Einer als den Beweis davon auffassen, daß es Sinn hat zu sagen, ein Stein habe Schmerzen; daß man nicht wissen könne, ob er Schmerzen hat; ja das Schmerzen ohne einen Leib, oder überhaupt ohne (einen) Träger existieren können. Wenn man dumm genug ist, kann man daraus allerlei Schlüsse ziehen.

241[2] &  
242[1]

Nun ist es aber sehr merkwürdig, daß ich sagen will, wenn ich zu Stein geworden sei, können meine Schmerzen (die Schmerzen die ich jetzt habe) fort dauern. Woher nehme ich das nur?! Nun, daher, daß ich mir denken kann, ich öffne meine Augen & finde daß mein Körper gegen die Berührung eines Andern ganz unempfindlich ist; daß ein Anderer ein Stück von meinem Bein abschlagen kann & ich es nur sehe, aber nicht fühle, daß ich etwa fühle, ich mache Bewegungen, aber keine Bewegung gewahre usf.. Ja, ich könnte mir so vorstellen, daß man meinen Körper (mitsamt dem Kopf) wegtrüge & mein Gesichtsfeld sich nicht änderte, außer daß ich Leute meinen Körper wegtragen sehe. Und wäre es nun nicht sogar möglich daß ich mich sprechen fühlte & sprechen hörte? Aber hat es Sinn, wenn ich annehme, vor mir im Raum gebe es ein unkörperliches Wesen, das mich ohne Augen sieht, ohne Ohren hört etc.; & zwar so sieht, als wären seine Augen an einer bestimmten Stelle des Raumes. Es ist doch zu seltsam, daß ich legitimerweise zu solchen Schlüssen soll gelangen können!

- 242[2] & Schau einen Stein an & denk Dir er habe Empfindungen. Man  
243[1] & sagt sich: wie konnte man auch nur auf die Idee kommen ei-  
244[1] nem *Ding* eine *Empfindung* zuzuschreiben? Man könnte sie  
ebensogut einer Zahl zuschreiben. – Und nun schau auf eine  
zappelnde Fliege & sofort ist diese Schwierigkeit verschwun-  
den & der Schmerz scheint (nun) einen Angriffspunkt zu ha-  
ben, wo früher alles gegen ihn glatt war & er nirgends anhaften  
konnte. Und so scheint es auch, wenn wir von einem Leichnam  
sagten, er habe Schmerzen, daß wir es absurderweise von ei-  
nem Körper sagten; aber nicht wenn wir's vom lebenden We-  
sen sagen. Denn es scheint da, als sagten wir es von etwas Un-  
greifbarem, vom Leben selbst. Unsere Einstellung zum Leben-  
den ist ganz & gar verschieden von der zum Toten. Das ist als  
ein Faktum anzunehmen. Alle unsere Reaktionen sind ver-  
schieden. Wenn Du sagst: "Das kann nicht einfach darauf beru-  
hen daß das Lebendige sich so & so bewegt & das Tote nicht",  
so könnte ich sagen, es sei hier ein Fall des Übergangs von der  
Quantität zur Qualität.
- 244[2] (Denke an das Erkennen des Gesichtsausdruckes, die Beschrei-  
bung des Gesichtsausdruckes die nicht darin besteht daß man  
die *Maße* des Gesichts angibt. Denke auch daran wie man das  
Gesicht eines Andern ohne das eigene im Spiegel zu sehen  
nachahmen kann.)
- 244[3] & Man kann wirklich sagen: der *beseelte* Körper hat Schmerzen.  
245[1] Und ob ein Körper beseelt ist, das nimmt man durch die Sinne  
wahr.

- 245[2] & Ich erstarre zu einem Stein & meine Schmerzen dauern an. –  
246[1] Und wenn ich mich nun irrte & es nicht mehr *Schmerzen* wären!  
– Aber ich kann mich doch hier nicht irren – es heißt doch  
nichts, zu zweifeln, ob ich Schmerzen habe! – D.h., wenn Einer  
sagte “Ich weiß nicht, ist das ein Schmerz, was ich habe; oder  
ist es etwas anderes?”, so würden wir uns etwa denken, er  
wisse nicht, was das Wort “Schmerz” bedeutet, & wir würden’s  
ihm nun erklären. – Wie? – Vielleicht durch Gebärden, oder  
indem wir ihn stechen & sagen “Siehst Du, das ist Schmerz”. Er  
könnte diese Worterklärung, *wie jede andre*, richtig, falsch, oder  
gar nicht verstehen. Und welches er tut, wird er im Gebrauch  
des Wortes zeigen, wie sonst auch. – Wenn er nun z.B. sagte  
“Oh, ich weiß, was ‘Schmerz’ heißt, aber ob *das* Schmerzen  
sind, was ich jetzt hier habe, das weiß ich nicht” – da würden  
wir bloß die Köpfe schütteln & müßten seine Worte für eine  
seltsame Reaktion ansehen, mit der wir nichts anzufangen wis-  
sen.
- 246[2] (Ähnlich, wie wenn jemand im Ernst sagte: “Ich erinnere mich  
deutlich, drei Jahre vor meiner Geburt geglaubt zu haben, ...”.)

- 246[3] & Ein Ausdruck des Zweifels gehört nicht zu diesem Sprachspiel.  
247[1] – Aber wenn nun der Ausdruck des Schmerzes, das Schmerz-  
benehmen, *ausgeschlossen* ist, dann scheint es, ich *dürfe* wieder  
zweifeln. Der Satz “Wenn ich mich nun irrte & es gar nicht  
Schmerzen wären” ist Unsinn, weil ein Kriterium der Identität  
der Empfindung vorgespield wird, das es gar nicht gibt.  
(Ähnlich, wie im Satz: “Ein Anderer kann nicht *diese identischen*  
Schmerzen haben, die ich jetzt habe”.) Aber daß ich hier ver-  
sucht bin zu sagen, man könne die Empfindungen für was an-  
deres halten, als was sie ist, kommt daher: Wenn ich das  
Sprachspiel mit dem Ausdruck der Empfindung abgeschafft  
denke, brauche ich nun ein Kriterium der Identität für sie, &  
hätte ich das dann besteht (auch) die Möglichkeit des Irrtums.
- 247[2] Es mußte doch da gerechnet werden, & ist gerechnet worden.  
Denn er *weiß*, daß, & wie, er gerechnet hat, & das richtige Re-  
sultat wäre ohne Rechnung nicht erklärbar. Wie aber, wenn ich  
sagte: Es *kommt ihm vor* er habe gerechnet & warum soll sich  
das richtige Resultat erklären lassen? Ist es nicht unverständlich  
genug, daß er ohne ein Wort oder ein Schriftzeichen *rechnen*  
konnte?
- 247[3] Ist es in meiner Macht, die philosophischen Schmerzen der  
Welt zu heilen? Nein.
- 247[4] Die *Vielheit* der philosophischen Fragen ist, in gewissem Sinne,  
etwas beruhigendes.

- 247[5] & Du machst eine Berechnung im Kopf. Das Ergebnis verwendest  
248[1] Du im Bau einer Brücke, oder Maschine. Du willst doch nicht sagen, daß diese Zahl nicht eigentlich durch Rechnen erhalten wurde! daß sie Dir, etwa nach einer Art Träumerei, in den Schoß fiel! Es *mußte* doch da gerechnet werden! Wie anders wäre die Richtigkeit der Zahl zu verstehen? – “Es mußte da gerechnet werden” heißt etwas ähnliches wie: es mußte doch da eine Rechenmaschine am Werke sein, – weil ohne diese das Ergebnis nicht verständlich wäre. – Könnte ich nicht antworten: “Muß es denn verständlich sein?”. (Wer sagt, daß wir uns nicht angewöhnen sollen, anders zu denken?) Und wenn Du nun umgekehrt sprächest: “Daß das Resultat das gleiche ist, wie das einer Rechnung, läßt uns sagen, daß wir im Kopf *gerechnet* haben”? Nein; dies könnte man eher sagen, wenn wir im “Unbewußten” gerechnet hätten.
- 248[2] & Statt etwas zu hypostasieren, stelle Deine Neigung fest, es zu  
249[1] tun & *erkläre* sie.

249[2] Ist das Rechnen im Kopf in gewissem Sinne unwirklicher, als das auf dem Papier? Es ist das *wirkliche* – Rechnen im Kopf. – Ist es ähnlich dem Rechnen auf dem Papier? – Ist weißes Papier mit schwarzen Strichen darauf einem Menschen ähnlich? – Ist im Kopfrechnen etwas den einzelnen Zeichen des schriftlichen Rechnens Entsprechendes? – Manchmal ja. – *Was* entspricht im Kopfrechnen einem Schriftzeichen? – Die Vorstellung vom Zeichen, oder vielleicht vom entsprechenden Wortklang. – Welches ist die Vorstellung vom Zeichen "2", z.B.? – Das ist keine Frage. – Wie weiß ich dann, daß Einer sich das Zeichen "2" vorstellt? – Diese Frage zu beantworten ist langwierig. – Wie weiß ich, daß *ich* mir das Zeichen vorstelle? – Von einem Wissen kann hier nicht die Rede sein.

250[1] & 251[1] Ist das Rechnen im Kopf unwirklicher, als das Rechnen auf dem Papier? – Man ist vielleicht geneigt, so etwas zu sagen; kann sich aber auch dazu bringen, das Gegenteil zu denken, indem man sich sagt, ‘Papier’, ‘Tinte’, etc. seien nur logische Konstruktionen. Es handelt sich um eine falsche Auffassung von dem Verhältnis der Sprache zu einer Wirklichkeit, die ihr entspricht, & von der Funktion der Sprache. – “Ich habe die Multiplikation ... im Kopfe ausgeführt”. *Glaube* ich etwa diese Aussage nicht?! – Aber war es *wirklich* eine Multiplikation? – Es war *diese* Multiplikation – *im Kopfe*. – Dies ist der Punkt, an dem ich irre gehe. Denn ich will jetzt sagen: Es war *eine* Multiplikation, irgendein dem Multiplizieren auf dem Papier *entsprechender* Vorgang im Geiste. Sodaß es also Sinn hätte zu sagen: “*Dieser* Vorgang im Geiste entspricht *diesem* Vorgang auf dem Papier”. Und es hätte Sinn von einer Projektionsmethode zu sprechen, nach welcher die Vorstellung von “2” das Schriftzeichen selbst abbildet. Und hier gerät man (nun) in den Sumpf der Idee von den *privaten* Erlebnissen & der privaten Bedeutung unsrer Worte.

251[2] & 252[1] Ist das Subjektive, oder das Objektive wirklicher? – Unsinn! – Läßt sich nur das Objektive durch die Sprache darstellen, nicht das Subjektive? – Aber wir *reden* ja vom Subjektiven! Und was wir darüber im alltäglichen Leben sagen ist in Ordnung, wie es ist & braucht sowenig einer Richtigstellung durch den Philosophen, wie die Aussagen über Stühle & Tische. Eines nur muß betont werden: daß die Grammatik der Sätze von den subjektiven Gegenständen *nicht die gleiche ist*, wie die der Sätze von den objektiven Gegenständen. Oder, was dasselbe heißt: die Sprachspiele sind verschieden.

- 252[2] Wäre es denkbar, daß Einer im Kopfe rechnen lernte, ohne je schriftlich, oder mündlich zu rechnen? Nun, warum nicht. 'Es lernen', heißt nur, dazu gebracht werden, daß man's kann. Aber könnte man dazu *abgerichtet* werden? – Es könnte uns Einer Rechnungen schriftlich vormachen, wir würden nie welche schreiben, oder aussprechen aber nach & nach kämen wir dahin, das Resultat ohne Fehler hinzuschreiben.
- 252[3] Ist aber auch dies möglich, daß einem Volk nur das Kopfrechnen bekannt ist & kein anderes? Wie wird das aussehen?
- 252[4] & 253[1] Könnte es nicht ein merkwürdiges Erinnerungsphänomen geben: Einer sagt: "Ich habe die gräßlichsten Schmerzen Tag & Nacht" – dabei hat er immer die Empfindung als hätten sie jetzt soeben nachgelassen. Er glaubt, sich immer daran zu erinnern, daß er sie *hatte*.
- 253[2] Wenn ich die Sprache beschreibe, so beschreibe ich die Handlungsweise der Menschen – ethnologisch gesehen. Das Wort "ich" ist ein Wort unter vielen & wird *auch* von jedermann gebraucht. Und ich schreibe für mich nicht *mehr*, als für meinen Leser.
- 253[3] Das Sprachspiel mit den Ausdrücken der Empfindung '*in erster Linie*' mit Lebendem gespielt; '*in zweiter Linie*' mit Leblosem.

253[4] & Ich sage, ich beschreibe den Gebrauch des Wortes "Schmerz",  
254[1] & z.B.. Das könnte man sich so denken: ich beschreibe *Scenen*, in  
255[1] denen das Wort "Schmerz" gebraucht wird. Ich könnte mir  
diese Szenen auch *vorgeführt* denken. Etwa eine Scene im Spital;  
ich höre, was der Kranke sagt, was der *Arzt ihm*, & was er der  
Schwester sagt etc. Auch eine Szene, die zeigt, wie das Kind  
dies Wort kennen & gebrauchen lernt; wie dies Wort dann im  
Spiel mit Puppen etc. gebraucht wird. Auch der Philosoph  
müßte *vorgeführt* werden, der über diesen Begriff redet. Aber  
solche Szenen vorführen ist doch keine Beschreibung geben.  
Wie wissen wir denn, *worauf*, in diesen Szenen, wir zu achten  
haben? *Was* sollen wir aus ihnen lernen? Wir könnten natürlich  
die Sprache dieser Leute lernen. Aber die kennen wir so wie so.  
Eines ist klar: Es hieße nichts, in diesen Szenen Leute vorzuführen,  
die allem Anscheine nach keine Schmerzen haben & von  
denen auch sonst nicht irgendwie gezeigt wird, daß sie  
Schmerzen verbeißen. D.h. der Fall, der doch vorkommt, daß  
ich auf der Straße gehe & Schmerzen habe & niemand es weiß,  
oder je erfährt, der läßt sich so nicht zeigen. – Freilich nicht.  
Aber es werden ja Menschen *vorgeführt*, die sagen: "N.N. zeigt  
es nicht, wenn er Schmerzen hat. Er lacht jetzt und scherzt, aber  
man kann nie wissen, wie er sich fühlt". Und es wird auch ge-  
zeigt, von was für Menschen wir so etwas sagen, & daß wir's  
nicht von allen Leuten sagen.

255[2] & Wie aber, wenn es ein Volk gäbe, das nicht sagt "Es geht dem  
256[1] N. ausgezeichnet", sondern statt dessen immer: "Man kann na-  
türlich nicht wissen, ob er nicht fürchterlich leidet – aber es  
scheint, es geht ihm ausgezeichnet." Durch welches Verhalten  
würde diese Einleitung zur 'bloßen Redensart'?

256[2] &  
257[1] Wenn ich von mir selbst sage, ich wisse nur von meinem eigenen Falle, was das Wort "Schmerz" bedeutet, muß ich *das* nicht auch von jedem Andern sagen? Und wie kann ich denn *einen* Fall in so unverantwortlicher Weise verallgemeinern? Noch dazu, wo ich nicht die geringste *Führung* habe, die mir zeigte, *wie* ich ihn verallgemeinern soll. Nun, ein jeder sagt es mir von sich, er wisse nur von sich selbst, was Schmerzen seien! – Angenommen es hätte jeder eine Schachtel, darin wäre etwas, was wir "Käfer" nennen. Niemand kann *je* in die Schachtel des Andern schauen, & jeder sagt er wisse nur vom Anblick *seines* Käfers, was ein Käfer ist. Da könnte es ja sein, daß jeder ein anderes Ding in seiner Schachtel hätte. Ja man könnte sich vorstellen, daß sich das Ding in einer Schachtel fortwährend veränderte. – Aber wenn nun das Wort "Käfer" dieser Leute doch einen Gebrauch hätte, – so wäre dieser ganz verschieden von dem Gebrauch der Wörter, die allgemein zugängliche Dinge bezeichnen. Ja das Ding in der Schachtel gehört überhaupt nicht zum Sprachspiel, auch nicht einmal, ganz allgemein, als *Ding*: die Schachtel könnte ja sogar auch leer sein. Nein, durch dieses Ding in der Schachtel kann 'gekürzt' werden; es hebt sich weg, was immer es ist.

257[2] Das heißt eigentlich (nur): Wenn man die Grammatik des Ausdrucks der Empfindung nach dem Muster von Bezeichnung & Gegenstand konstruieren will, dann fällt der *Gegenstand* als irrelevant aus der Betrachtung heraus.

- 258[1] & 259[1] “Ich weiß nur vom *eigenen* Fall, was Schmerzen sind” kann nicht heißen, ich kenne die Bedeutung des Wortes “Schmerz” nur daher, daß ich ihm ein Etwas zuordne, wovon nur ich weiß. – Und was soll “Ich weiß nur vom eigenen Fall etc.” überhaupt für ein Satz sein? Ein Erfahrungssatz? Nein. Ein grammatischer? – Aber es ist merkwürdig, daß wir gerne *jedem* Menschen zugestehen, *er* wisse nur vom eigenen Fall her, was Schmerzen seien. Das ist eigentlich gutmütig von uns. Ich denke mir also: Jeder sage von sich selbst, er wisse nur von den eigenen Schmerzen; was Schmerzen seien. Nicht, daß die Menschen das wirklich sagen, oder auch nur bereit sind, zu sagen. Aber *wenn* nun jeder es sagte – nun, es könnte eine Art Ausruf sein. Und wenn der Satz auch als Mitteilung nichtssagend ist, so ist er doch ein Bild & warum sollten wir uns so ein Bild nicht vor die Seele rufen wollen! Denke Dir ein gemaltes & allegorisches Bild, warum soll es uns nicht Befriedigung gewähren? Nichts ist gewöhnlicher. Ja, wenn wir in uns schauen, so bekommen wir oft gerade so ein Bild zu sehen. Es ist förmlich eine bildliche Darstellung unsrer Grammatik. Nicht Fakten bekommen wir zu sehen, sondern die Art & Weise, wie wir über sie reden. Gleichsam illustrierte Redewendungen.
- 259[2] Ja aber es ist doch da ein Etwas, was meinen Ausruf des Schmerzes begleitet! [Nämlich der Schmerz.] Und um dessentwillen ich ihn mache. Und dieses Etwas ist das Wichtige & das Schreckliche. Könnte es nicht sehr wichtig sein, *daß wir das sagen wollen?*!

- 259[3] & 260[1] Daß wir so gerne sagen möchten “Das Wichtige ist *das*.”, indem wir für uns selbst auf die Empfindung deuten – zeigt schon, wie sehr wir geneigt sind, etwas zu sagen was keine Mitteilung ist.
- 260[2] Wir kauen fortwährend an der Sprache.
- 260[3] In meinem “Ja aber es ist doch da ein Etwas ...” ist schon das falsche Bild. Denn ich sagte “Etwas” um die Möglichkeit offenzulassen daß es nicht immer das *gleiche* sein müsse, sondern nur irgend etwas, woran sich der Schmerzausruf lehnen kann.
- 260[4] & 261[1] Die Auffassung könnte auch die sein: einer unserer Spielsteine trage ein Ornament, um dessentwillen ich das Spiel spiele, obschon das Ornament nicht ins Spiel eintritt; in den Regeln z.B. nicht erwähnt wird.
- 261[2] Es kommt uns hier vor, als wäre der Schmerz gleichsam ein *Schein* um den Ausdruck des Schmerzes.

261[3] & 262[1] Denke Dir, Du hättest keine Sprache gelernt, hättest aber Schmerzen & suchtest eine Reaktion (Hilfe, oder Mitleid) beim Andern hervorzurufen. Du gäbest nun Zeichen, zeigtest z.B. mit einem bestimmten Gesichtsausdruck auf die schmerzende Stelle. – Inwiefern kann man sagen, Du habest Deine Schmerzen bezeichnet? Sollen wir sagen, Deine Zeichen handelten von den Schmerzen? Aber wenn diese Zeichen nur dazu dienen, den Andern zur Hilfe, oder zum Mitleid zu bewegen, *sagen* sie ihm da: ich habe Schmerzen? Nun, das nennt man eben einem Andern dies mitteilen. – Aber das klingt ja nun gar, als müßte ich ihm die *Schmerzen* verschweigen! – Es klingt so, weil Du eine falsche Auffassung davon hast, was es heißt jemand etwas mitteilen.

262[2] &  
263[1] Ich möchte sagen: Du siehst es für viel zu selbstverständlich an, daß man dem Andern etwas mitteilen kann. Das heißt eigentlich: wir sind so an die Mitteilung mittels Wörtern gewöhnt, daß es uns scheint, als läge der ganze Witz der Mitteilung darin, daß ein Andern den Sinn der Worte (ein ätherisches Ding) auffaßt sozusagen ins Gehirn aufnimmt. Wenn er dann auch noch etwas damit tut, so ist das eine Draufgabe, die aber zur Mitteilung der Gedanken, dem direkten Zweck der Sprache, nicht gehört. Man möchte da vielleicht sagen: die Mitteilung bewirkt nur, daß ich *weiß*, daß der Andre Schmerzen hat, sie bewirkt dies geistige Phänomen; alles andere ist der Mitteilung unwesentlich. Was dieses merkwürdige Phänomen des Wissens ist, daß einer Schmerzen hat, damit läßt man sich Zeit. Seelische Vorgänge sind eben merkwürdig. Ähnlich wäre es, zu sagen: "Die Uhr zeigt uns die Zeit an. *Was* die Zeit ist, das ist eine noch nicht entschiedene Frage. Und zu welchen Zwecken wir das Wissen der Zeit gebrauchen, gehört nicht hierher."

263[2] Das Gefühl der Kluft zwischen Geistigem & Körperlichem. Zwischen Bewußtsein & Nervenvorgang. Der stärkste Ausdruck dieser Idee: die beiden sind verschiedene Aspekte desselben Dings.

264[1] &  
265[1] &  
266[1]

Das Gefühl der Unüberbrückbarkeit der Kluft zwischen Bewußtsein & Gehirnvorgang. Wie kommt es, daß es ins gewöhnliche Leben nicht hineinspielt. Die Idee dieser Artverschiedenheit ist mit einem leisen Schwindel verbunden, der auftritt, wenn wir logische Kunststücke mit unsrer Sprache ausführen (ein ähnliches Gefühl bei gewissen Betrachtungen der Mengenlehre). Wann tritt dieses Gefühl auf? Nun, wenn ich z.B. meine Aufmerksamkeit in bestimmter Weise auf mein Bewußtsein lenke & mir dabei sage: *dies* solle durch einen Gehirnvorgang erzeugt werden. – Aber was kann das heißen ‘meine Aufmerksamkeit auf mein Bewußtsein lenken’. Es ist doch nichts merkwürdiger, als daß es so etwas gibt! Was ich so nannte (denn diese Worte werden ja im gewöhnlichen Leben nicht gebraucht) war ein Akt des Schauens: ich schaute steif vor mich hin, aber *nicht* auf irgend einen bestimmten Punkt, oder Gegenstand. Meine Augen waren weit offen, meine Brauen *nicht* zusammengezogen, wie sie es meistens sind, wenn ein bestimmtes Objekt meinen Blick fesselt. Kein solches Interesse war dem Schauen vorangegangen. Mein Blick war ‘vacant’. Mein Schauen (mein Aufmerksamkeitszustand) war *ähnlich* dem, eines Menschen, der die Beleuchtung des Himmels bewundert & das Licht ‘eintrinkt’. Bedenk’ nun, daß in dem Satz, den ich aussprach – *dies* werde durch einen Gehirnvorgang erzeugt – gar nichts Paradoxes war. Ich hätte den Satz während eines Experiments aussprechen können, dessen Zweck war, zu zeigen, daß der besondere Beleuchtungseffekt (z.B.) den ich sehe, durch die Erregung einer bestimmten Gehirnpartie erzeugt wird. Aber ich sprach ihn nicht in der Umgebung aus, in der er einen alltäglichen & nicht-paradoxen Sinn gehabt hätte. Und

meine Aufmerksamkeit war nicht von der Art, die zur Situation des Experiments gehört hätte. (Mein Blick wäre dann 'intent' & nicht 'vacant' gewesen.)

266[2] &  
267[1] Hier haben wir einen Fall von Introspektion. Sie ist nicht unähnlich derjenigen durch welche James herausbrachte, das 'Self' bestehe hauptsächlich aus 'peculiar motions in the head & between the head & throat'. Und was die Introspektion James's zeigte, war nicht die Bedeutung des Wortes 'Self' (insofern dies etwas ähnliches bedeutet wie 'Person', 'Mensch', 'er selbst', 'ich selbst') noch eine Analyse eines solchen Wesens, sondern die Attitude, den Aufmerksamkeitszustand, eines Philosophen, der sich das Wort 'Self' vorspricht & seine Bedeutung analysieren will. (Und daraus ließe sich vieles lernen.)

267[2] Warum soll ich nicht sagen: der Schrei des Schmerzes (&) das Lachen seien voll von Bedeutung?

267[3] Und was hieße das? – Es würde diese Laute z.B. vom Reuspern unterscheiden. Obwohl es auch ein bedeutungsvolles Reuspern gibt. – Aber kann der Schmerzensschrei auf der Bühne nicht auch voll von Bedeutung sein? – Wenn ich nun sage, diese Laute seien voll von Bedeutung, so meine ich etwas wie, sie kommen aus einem tief zerklüfteten Innern & sind dessen Bild. Sie sind voll von Bedeutung heißt: sie bedeuten viel, i.e., es läßt sich viel, oder Wichtiges aus ihnen schließen.

267[4] &  
268[1] Wenn jemand in ängstlicher Erwartung sagt "Wenn er nur schon käme!" so gibt das Gefühl den Worten Bedeutung – gibt es aber den *Wörtern* ihre Bedeutung?

268[2] Wenn man aber sagt "Ich *hoffe*, er wird kommen", gibt das Gefühl nicht dem Worte "hoffen" seine Bedeutung? "Hoffen" ist der Träger eines Tonfalls, & man könnte es auch den Träger eines Gefühls nennen. Wenn das Gefühl dem Worte seine Bedeutung gibt, so heißt "Bedeutung" hier: *das, worauf es ankommt*. Warum aber kommt es auf's Gefühl an?

268[3] & Zweifelst Du, daß der Andre Sehnsucht empfindet? Manchmal  
269[1] zweifelst Du, manchmal *nicht*. – Versuch einmal in einem besondern Fall, die Angst, die Schmerzen des Andern zu bezweifeln!

Aber ein guter Schauspieler kann doch diese Zustände täuschend nachahmen. – Versuch einmal ein guter Schauspieler zu sein!

269[2] Wenn die Andern Automaten sein könnten; dann ich auch. –

269[3] Ein Hund zeigt Freude. Kann er auch Freude heucheln? Und warum nicht? Weil er zu ehrlich ist?

269[4] Du hast schon längst alles gesagt, nur siehst Du's nicht. Es fehlt Dir nur der Schlußpunkt.

- 269[5] & 270[1] “Ich kann nur *glauben*, daß der Andre Schmerzen hat, aber ich *weiß* es, wenn ich sie habe.” – Ja. Man kann sich dazu entschließen, statt “Er hat Schmerzen” zu sagen: “Ich glaube, er hat Schmerzen”; & statt “Ich habe Schmerzen”: “Ich weiß, ich habe Schmerzen”. Aber das ist alles. – Was hier wie eine Erklärung, oder Aussage über die seelischen Vorgänge, ausschaut, ist nur ein Vertauschen einer Redeweise für eine andere, die uns während wir philosophieren als die *treffendere* vorkommt. Auf den treffenden Ausdruck kommt es aber hier nur insofern an, als er unsere Tendenzen klarer zeigt.
- 270[2] Ich will Einem erklären: “Ich versichere Dich, ich benehme mich nicht nur, als hätte ich Schmerzen, ich fühle sie wirklich; ich weiß genau, was ‘Schmerzen’ heißt.” – Warum soll er nicht sagen: Das ist alles auch Schmerzbenehmen.
- 270[3] Wir müssen unterscheiden zwischen dem, was wir in einem Sprachspiel sagen, & dem, was wir, beim Philosophieren darüber, zu sagen geneigt sind.
- 270[4] Wie kann ich denn mit der Sprache noch zwischen die Schmerzüßerung & den Schmerz treten wollen?
- 271[1] Es zeigt ein fundamentales Mißverständnis an, wenn ich meinen gegenwärtigen Zustand der Kopfschmerzen zu betrachten geneigt bin, um über das philosophische Problem der Empfindung ins klare zu kommen.

271[2] Denke Dir einen Menschen, der es nicht im Gedächtnis behalten könnte, *was* das Wort "Schmerz" bedeutet, & der daher immer wieder etwas anderes so nennt, aber das Wort immer in Übereinstimmung mit den gewöhnlichen Zeichen & Voraussetzungen des Schmerzes verwendete! – Das Rad gehört nicht zur Maschine, das man drehen kann, ohne daß etwas anderes sich mitbewegt.

271[3] &  
272[1] Ist es ebenso sicher, daß der Andre traurig ist, wie, daß ich es bin? Oder könnte der Andre nicht doch ein Automat sein? – (Ist es so sicher, daß in des Nachbars Zimmern Möbel stehen, wie, daß sie in meinen Zimmern stehn?) Könnte *ich* kein Automat sein? *Bin* ich keiner? *Gehören* die Empfindungen mir?

272[2] "Wenn ich sage 'Ich habe Schmerzen', bin ich jedenfalls *vor mir selbst* gerechtfertigt." – Heißt das: "Wenn der Andre wüßte, was ich 'Schmerz' nenne, würde er zugeben, daß ich das Wort richtig verwende"?

272[3] "Jeder kennt, aus erster Hand, nur *seine* Empfindungen." Was für eine Art von Satz ist diese allgemeine Feststellung?

272[4] &  
273[1] &  
274[1] “Aber warum traust Du Dir selbst so wenig? Du weißt doch sonst immer was (z.B.) “rechnen” heißt. Wenn Du also sagst, Du habest in der Vorstellung gerechnet, so wird es eben so sein. Hättest Du *nicht* gerechnet, so würdest Du’s nicht sagen. Ebenso, wenn Du sagst, daß Du etwas Rotes in der Vorstellung siehst, so wird es eben rot *sein*. Du weißt ja sonst, was “rot” ist. – Und weiters: Du verläßt Dich ja nicht immer auf die Übereinstimmung mit den Andern; denn oft berichtest Du, Du habest etwas gesehen, was niemand anderer gesehen hat.” Aber ich traue mir ja. Ich sage ja ohne Bedenken, ich habe dies im Kopf gerechnet, diese Farbe mir vorgestellt. Nicht das ist die Schwierigkeit, daß ich zweifle, ob ich mir wirklich etwas Rotes vorgestellt habe. Sondern *dies*: Wenn die Vorstellung ein Abbild der Wirklichkeit ist, kann ich da die Frage stellen: “Wie muß eine richtige Vorstellung dieser Farbe aussehen” oder “Wie muß sie beschaffen sein”? Kann ich das lernen? Der *tiefe* Aspekt entschlüpft leicht.

274[2] &  
275[1] Um über die Bedeutung des Wortes “denken” oder “hoffen” klar zu werden, sehen wir uns selbst beim Denken, oder Hoffen zu: was wir da beobachten, werde das sein, was jene Worte bedeuten! – Aber so werden die Worte eben nicht gebraucht. (Es wäre ähnlich, wenn ich, ohne Kenntnis des Schachspiels, durch genauestes Beobachten des letzten Zuges einer Schachpartie lernen wollte, was das Wort ‘mattsetzen’ bedeutet.)

275[2] “Die Menschen stimmen mit einander darin überein, daß sie sehen, hören, fühlen, etc. (wenn auch Mancher blind & Mancher taub ist). Sie bezeugen also von sich, sie haben *Bewußtsein*.” Aber wie merkwürdig! wem mache ich eigentlich eine Mitteilung, wenn ich sage “Ich habe Bewußtsein”? Was ist der Zweck, mir das zu sagen, & wie kann der Andere mich verstehen? – Nun, Sätze, wie “Ich sehe”, “Ich höre”, “Ich bin bei Bewußtsein”, haben ja wirklich ihren Gebrauch. Dem Arzt sage ich “Jetzt höre ich wieder auf diesem Ohr”; wer mich ohnmächtig gesehen hat, dem sage ich etwa “Ich bin wieder bei Bewußtsein”, usw.

275[3] & 276[1] Beobachte ich mich also & nehme wahr, daß ich sehe, oder bei Bewußtsein bin? Und wozu überhaupt von Beobachtung reden! Warum nicht einfach sagen: “Ich nehme wahr, daß ich bei Bewußtsein bin”? – Aber wozu hier die Worte “Ich nehme wahr”. – Warum nicht sagen: “Ich bin bei Bewußtsein”? – Aber zeigen die Worte “Ich nehme wahr” hier nicht an, daß ich auf mein Bewußtsein aufmerksam bin? was doch gewöhnlich nicht der Fall ist. (Denn ich habe für gewöhnlich Besseres zu tun.) Wenn es so ist, dann sagt der Satz “Ich nehme wahr, daß ...” nicht, daß ich bei Bewußtsein bin, sondern daß meine Aufmerksamkeit so & so eingestellt ist. Aber ist es denn nicht eine bestimmte Erfahrung, die mich veranlaßt zu sagen “Ich bin wieder bei Bewußtsein”? *Welche* Erfahrung? das ist zu beantworten. (Und zwar dem Andern verständlich. Denn vom Andern habe ich die Sprache gelernt. Und was er nicht verstehen kann, kann ich auch nicht verstehen.)

- 276[2] "Aber ich habe doch Bewußtsein!" – Aber es ist seltsam, daß ich weiß, daß das "Bewußtsein" heißt!
- 277[1] "Ich lebe doch; ich habe doch Bewußtsein!" (Dabei öffne ich die Augen weit & schaue um mich.) Wem sage ich das, & wozu? Was die Worte wohl für eine Beziehung zu dem Faktum haben; & warum ich es wohl mit Worten begleite!
- 277[2] Ist, daß ich Bewußtsein habe, eine Erfahrungstatsache? Aber sagt man nicht vom Menschen er habe Bewußtsein; & vom Baum, oder Stein, er habe keines? – Wie wäre es, wenn's anders wäre? Wären die Menschen alle bewußtlos? – Nein; nicht im gewöhnlichen Sinne dieses Worts; aber ich, z.B., hätte nicht Bewußtsein – wie ich's jetzt tatsächlich habe.
- 277[3] & 278[1] Aber kann ich mir nicht denken, daß die Menschen um mich Automaten seien, kein Bewußtsein haben, ihre Handlungsweise aber ist die gleiche, wie immer? – Wenn ich mir's jetzt – allein in meinem Zimmer – vorstelle, sehe ich die Leute mit starrem Blick (etwa wie im trance) ihren Verrichtungen nachgehen, & die Idee ist vielleicht ein wenig unheimlich. Aber nun versuch einmal im gewöhnlichen Verkehr, oder auf der Straße, an dieser Idee festzuhalten! Sag Dir "Diese Kinder dort sind bloße Automaten. Alle ihre Lebendigkeit ist bloß Schein." – Und diese Worte werden Dir entweder gänzlich nichtssagend werden; oder Du wirst in Dir eine Art unheimliches Gefühl erzeugen. Einen lebenden Menschen als Automaten sehen, ist ähnlich dem, ein Fensterkreuz als Swastika sehen; oder irgend eine Figur als Grenzfall, oder Variation einer andern.

- 278[2] Der erste Fehler, den wir in einer philosophischen Untersuchung machen, ist die philosophische Frage.
- 278[3] & 279[1] Die gemeinsame menschliche Handlungsweise ist das Bezugssystem, mittels welches wir uns eine fremde Sprache deuten.
- 279[2] Befehle werden manchmal nicht befolgt. Aber wie würde es aussehen, wenn Befehle nie befolgt würden.
- 279[3] Es ist nicht leicht philosophische Schlüssel zu finden, die viele Schlösser eröffnen. Aber die Schlösser zu den Schlüsseln finden, das ist das Schwerste.
- 279[4] Wer uns die Sprache eines Volkes beschreibt, beschreibt eine Gleichförmigkeit ihres Benehmens. Und wer eine Sprache beschreibt, die Einer mit sich allein spricht, der beschreibt eine Gleichförmigkeit seines Benehmens & nicht etwas, was sich **einmal** zugetragen hat. Aber "eine Sprache sprechen" werde ich nur ein Verhalten nennen, das unserm, wenn wir unsere Sprache sprechen, analog ist.
- 279[5] & 280[1] Ein Schrei entringt sich ihm. Worte entringen sich ihm.
- 280[2] Ist der Schrei wahr, oder falsch? Wie, wenn ich sagte, er sei echt, oder nicht echt.
- 280[3] Nicht, natürlich, als sei das Wort "echt" richtiger als "wahr"! Es erinnert uns nur an einen grammatischen Unterschied, der übersehen, oder nicht verstanden wird.

- 280[4] "Wenn ich mir etwas vorstelle, so geschieht doch wohl etwas!"  
Nun, es geschieht etwas – – & wozu mache ich dann einen  
Lärm? Wohl dazu, was geschieht, mitzuteilen. – Aber wie teilt  
man denn überhaupt etwas mit? Wann sagt man, etwas werde  
mitgeteilt? Was ist das Sprachspiel des Mitteilens? Ist es das  
gleiche ob ich nun einen physikalischen Vorgang mitteile, oder  
einen seelischen?
- 280[5] & Und das, was man erlebt, davon sagt man ja, daß es sich *nicht*  
281[1] mitteilen lasse! Und wenn Du sagst: "Ich sage es eben mir  
selbst", so frage ich wieder, was das heißt, & was der Lärm mit  
dem zu tun hat, was "geschieht". Wie *meint* man denn mit den  
Worten, was geschieht?
- 281[2] Du gibst jemandem ein Signal, wenn Du Dir etwas vorstellst &  
Du benützt verschiedene Signale für verschiedene Vorstellungen.  
– Wie vereinbart ihr, was jedes Signal bedeuten soll?
- 281[3] Wie lehrt & lernt man, leise für sich selbst lesen?
- 281[4] & Was ist das Kriterium der Gleichheit zweier Vorstellungen?  
282[1] D.h.: wie werden Vorstellungen verglichen? Ein Logiker denkt  
vielleicht: gleich ist gleich – es ist eine *psychologische* Frage: wie  
der Mensch sich davon überzeugt, daß zwei Dinge gleich sind.  
Vergleiche damit: "Höhe ist Höhe; es gehört in die Psychologie,  
daß der Mensch sie manchmal *sieht*, manchmal *hört*."
- 282[2] Ich stelle mir vor, daß der Baum umfällt, ich sehe es deutlich  
vor mir. Ich habe ein klares Bild vor meinem geistigen Auge.  
Warum ein Bild? – Wenn ein Bild, warum nicht den Baum?
- 282[3] Gedankenlos, & gedankenvoll Musik machen. – – –

- 282[4] & 283[1] Wenn Du Schmerzen hast & daraus auf hohen Blutdruck schließt, wirst Du nicht sagen wollen, Du habest aus *nichts* auf Deinen hohen Blutdruck geschlossen. Und wie ist das Experiment zu beschreiben: Du beobachtest Deinen Blutdruck & siehst zu, wie er von Deinem Schmerzzustand abhängt. Du rufst nicht durch äußere Mittel die Schmerzen hervor, sondern vergleichst nur ihren (natürlichen) Verlauf mit dem des Blutdrucks. Denk dir, statt Zeichen in ein Tagebuch einzutragen, wenn er Schmerzen hat, mache Einer so ein Experiment! Ist es kein Experiment? Wird es nur dadurch zu einem, daß er einen Ausdruck des Schmerzes hat? Kann er nicht eben die Veränderungen des Blutdrucks richtig, für Jeden sichtbar, voraussagen?
- 283[2] Und hier spielt wieder das *'richtige'* Wiedererkennen seiner innern Empfindung gar keine Rolle. Denn es genügt, daß er sie wiederzuerkennen *glaubt*, da, was uns interessiert, das *richtige* Vorhersagen des Blutdrucks ist. – Und daher muß es auch falsch sein, wenn ich sage, er *glaube* die Empfindung wieder zu erkennen.
- 283[3] & 284[1] Der Unsinn, gegen den ich angehe, ist der halbe Solipsismus, der sagt, die Empfindung kenne ich unmittelbar daher, daß *ich* sie habe & nun *verallgemeinerte* ich meinen Fall.
- 284[2] Den *Begriff* 'Schmerz' hast Du mit der Sprache gelernt.

- 284[3] Ich sitze in einem Sessel & habe die Augen geschlossen. Ich fühle Schmerzen, ich fühle mich atmen, ich fühle den Druck des Sessels gegen meinen Körper. Nennen wir das einmal *eine* Erfahrung! Und nun sage ich mir: Wie weiß ich, daß ich nicht zu einem Stein erstarrt bin? (Oder auch: daß mein Körper nicht ganz verschwunden ist? Denn das eine ist doch eigentlich so gut, wie das andre.) Die Erfahrung ist also da, auch wenn mein Körper nicht mehr wäre. 'Die Erfahrung' – aber welche Erfahrung? – Die, die ich jetzt gerade habe. – Aber damit das Sinn hat, brauche ich (doch) ein Kriterium des *Andauerns der gleichen Empfindung*. Es geht nicht an, zu sagen: "Nun, eben *diese!*"
- 285[1] "Ich brauche ein Kriterium des Andauerns der gleichen Empfindung", sagte ich. – Warum aber? Weil der Ausdruck für die Empfindung, so wie er aus seinem Sprachspiel herausgelöst ist, in der Luft hängt & nun einer neuen Unterstützung bedarf.
- 285[2] Es scheint paradox, daß wir in *einem* Bericht Körper- & Bewußtseinszustände kunterbunt durcheinander mischen: "Er litt große Qualen & warf sich unruhig umher; dann wurde er ruhiger & verbiß seinen Schmerz." – Das ist ganz gewöhnlich; warum erscheint es (mir) also paradox? Weil wir sagen wollen, der Satz handle von Greifbarem & Ungreifbarem. – Aber findest Du etwas dabei, wenn ich sage: "Diese 3 Stützen geben dem Hause Festigkeit"? Sind 3 & Festigkeit greifbar? – Sieh den Satz als Instrument an, & seinen Sinn als seine Verwendung!

- 286[1] Ich identifiziere meine Empfindung freilich nicht, sondern ich gebrauche den gleichen Ausdruck. Aber damit *endet* ja das Sprachspiel nicht; damit fängt es (erst) an. Aber fängt es nicht mit der Empfindung an – die ich beschreibe? – Das Wort “beschreiben” hat uns vielleicht da zum besten. Ich sage “Ich beschreibe meinen Seelenzustand” & “Ich beschreibe einen Wohnraum”. Hier muß man sich die Verschiedenheiten der Sprachspiele ins Gedächtnis rufen.
- 286[2] Könnte der das Wort “Schmerz” verstehen, der *nie* Schmerz gefühlt hat? – Was ist das für eine Frage? Soll die Erfahrung mich lehren, wie es sich verhält? Und wenn Du sagst “Einer kann sich Schmerzen nicht vorstellen, außer er hat sie einmal gefühlt” – woher weißt Du das? Wie läßt sich entscheiden, ob das wahr ist?
- 287[1] “Aber Du wirst doch zugeben, daß ein Unterschied ist zwischen Schmerzbenennen mit Schmerzen & Schmerzbenennen ohne Schmerzen.” – Zugeben? Welcher Unterschied könnte größer sein! – “Und doch gelangst Du immer wieder zum Ergebnis, der Schmerz selbst sei ein Nichts.” – Nicht doch! Er ist kein Etwas, aber auch nicht ein Nichts! Das Ergebnis war nur, daß ein Nichts die gleichen Dienste täte, wie ein Etwas, worüber sich nichts aussagen läßt. D.h., wir verwarfen die Grammatik, die sich uns aufdrängen will. Und das Paradox verschwindet nur dann, wenn wir radikal mit der Idee brechen, die Sprache funktioniere immer auf *eine* Weise, diene immer dem gleichen Zweck: Gedanken zu übertragen, – seien diese nun Gedanken über Häuser, Schmerzen, Gut & Böse, oder was immer.

288[1] Ich sage jemandem, ich habe Schmerzen. Seine Einstellung zu mir wird nun die des Glaubens sein; des Unglaubens; des Mißtrauens; etc. Nehmen wir an, er sagt: "Es wird nicht so schlimm sein." – Ist das nicht der Beweis dafür, daß er an etwas glaubt, das hinter der Schmerzäußerung steht? – Seine Einstellung ist (nur) ein Beweis seiner Einstellung. Denke Dir nicht nur den Satz "Ich habe Schmerzen", sondern auch den, "Es wird nicht so schlimm sein", durch Naturlaute & Gebärden ersetzt!

288[2] &  
289[1] "Welcher Unterschied könnte größer sein!" – Im Fall der Schmerzen glaube ich, ich könnte mir diesen Unterschied privat vorführen. Den Unterschied aber zwischen einem abgebrochenen & einem nicht abgebrochenen Zahn kann ich Jedem vorführen. Aber die private Vorführung ist eine Illusion & Du brauchst Dir zu ihr auch gar nicht Schmerzen hervorrufen, sondern es genügt, wenn Du Dir sie *vorstellst*, z.B. ein wenig das Gesicht verziehst. Und wie weißt Du, daß, was Du Dir so vorführst, Schmerzen sind & nicht ein Gesichtsausdruck? – Diese Vorführung ist eine Illusion. Wie weißt Du auch, was Du Dir vorführen sollst, ehe Du Dir's vorführst? (Du mußt Dich an den Gedanken gewöhnen, daß Sprachreaktionen, wie andere, oft auftreten, wenn sie keinen Zweck haben. Und es wäre seltsam, wenn es nicht so wäre.)

289[2] "Häufe das Benehmen, wie Du willst, – es gibt immer noch keine Schmerzen!"

289[3] & 290[1] Aber sind die Fälle des Zahnes & der Schmerzen nicht doch wieder ähnlich? Denn dem Gesichtsbild im einen entspricht die Empfindung im andern. Die Gesichtsempfindung kann ich mir so wenig vorführen, oder so gut, wie die Schmerzempfindung. Denk' Dir diesen Fall: Die Oberfläche der Dinge, die uns umgeben (Steine, Pflanzen, Knochen etc.) hätte bestimmte Flecken oder Zonen die unseren Fingern bei der Berührung Schmerzen verursachen; dies liege etwa in der chemischen Beschaffenheit dieser Oberflächenteile, aber das brauchen wir nicht zu wissen. Wir würden nun, so wie heute von einem rotgefleckten Blatt, von einem mit Schmerzflecken reden. Ich setze voraus, daß die Wahrnehmung der Schmerzflecken mannigfaltigen Nutzen für uns hat. Daß wir z.B. eine Pflanze nach ihnen erkennen; Schlüsse auf wichtige Eigenschaften der Gegenstände ziehen.

290[2] Ich kann Schmerzen vorführen, wie ich Rot vorführe, & wie ich gerade & krumm, & Baum & Stein vorführe. – Das *nennen* wir eben "vorführen".

290[3] & 291[1] Wie ist es nun mit dem Worte "rot" z.B. – soll ich sagen, dies bezeichne etwas, der Erkenntnis aller, oder der meisten Menschen, Gemeinsames & Jeder sollte eigentlich außer diesem noch ein anderes Wort haben zur Bezeichnung seiner *eigenen* Empfindung von Rot? Oder ist es so: Das Wort "Rot" bezeichnet etwas uns gemeinsam bekanntes, & außer dem noch für jeden etwas nur ihm bekanntes, etwas Privates; oder vielleicht besser: es *bezieht* sich auf etwas Privates?

291[2] Das Wesentliche am Privaten ist eigentlich nicht, daß Jeder sein besonderes besitzt, sondern, daß keiner *weiß*, ob der Andere auch *dies* hat, oder etwas anderes. Es wären also Annahmen möglich, wie die,  $\frac{1}{4}$  der Menschheit habe eine,  $\frac{3}{4}$  eine andere Rotempfindung – wenn sie's auch nie wüßten.

291[3] & 292[1] Natürlich, *wie* & *wozu* man das Private bezeichnen soll, ist unklar. Sagt man aber: das Wort *bezieht* sich auf die eigene Empfindung, so ist dies der psychologisch richtigere Ausdruck für ein Erlebnis, das ich beim Philosophieren habe. Es ist als werfe man bei dem Wort einen Seitenblick auf den eigenen Eindruck. Schau auf das Blau des Himmels; sag zu Dir selbst: "Wie blau der Himmel ist!" – Wenn Du es spontan tust – nicht mit philosophischen Absichten – so kommt es Dir nicht in den Sinn, dieser Farbeindruck gehöre nur *Dir*. Und Du hast kein Bedenken diesen Ausruf an einen Andern zu richten. Und wenn Du bei den Worten auf etwas zeigst, so ist es der Himmel, ich meine: Du hast nicht das Gefühl des in-sich-selber-Zeigens, das oft das 'Benennen der Empfindung' begleitet, wenn wir über die 'private Sprache' nachdenken. Du denkst auch nicht, Du solltest eigentlich nicht mit der Hand, sondern nur mit der Aufmerksamkeit auf die Farbe zeigen.

292[2] James ist eine Fundgrube für die Psychologie *des Philosophen*.