

Wittgenstein's
Writings

**Bemerkungen
über
die
Grundlagen
der
Mathematik
I
App
II**

**Bemerkungen
über die
Grundlagen der
Mathematik – I
App II**

Ludwig
Wittgenstein

Ts-224
214bottom[1] **1** Das Überraschende kann in der Mathematik zweierlei völlig verschiedene Rollen spielen. Man kann den Wert einer mathematischen Gedankenreihe darin erblicken, daß sie etwas uns Überraschendes zutage fördert: – weil es von großem Interesse, von großer Wichtigkeit ist, zu sehen, wie ein *Sachverhalt* durch die und die Art seiner Darstellung überraschend, oder erstaunlich, oder auch paradox wird.

Ts-224
215[1] Hievon aber verschieden ist, eine, heute herrschende Auffassung, der das Überraschende, das Erstaunliche, darum als Wert gilt, weil es zeige, in welche Tiefe die mathematische Untersuchung dringt; – wie wir den Wert eines Teleskops daran ermes- sen könnten, daß es uns Dinge zeigt, die wir ohne dieses Instrument nicht hätten *ahnen* können. Der Mathematiker sagt gleichsam: “Siehst Du, das ist doch wichtig, das hättest Du ohne mich nicht gewußt.” So als wären durch diese Überlegun- gen, als durch eine Art höheren Experiments, erstaunliche, ja die erstaunlichsten Tatsachen ans Licht gefördert worden.

Ts-224
215[1].2 **2** Der Mathematiker aber ist kein Entdecker, sondern ein Er- finder.

Ts-224
204[1] &
205[1] &
206[1]

“Das ist ein überraschendes Resultat!” – Wenn es Dich überrascht, dann hast Du es noch nicht verstanden. Denn die Überraschung ist hier nicht legitim, wie beim Ausgang eines Experiments. *Da* – möchte ich sagen – darfst Du Dich ihrem Reiz hingeben; aber nicht, wenn sie Dir am Ende einer Schlußkette zuteil wird. Denn da ist sie nur ein Zeichen dafür, daß noch Unklarheit, oder ein Mißverständnis herrscht. “Aber warum soll ich nicht überrascht sein, daß ich *dahin* geleitet worden bin?” – Denk Dir Du hättest einen langen algebraischen Ausdruck vor Dir; es sieht zuerst aus, als ließe er sich nicht wesentlich kürzen; dann aber siehst Du eine Möglichkeit der Kürzung und nun geht sie weiter, bis der Ausdruck zu einer kompakten Form zusammenschrumpft. Können wir (hier) nicht über dies Resultat überrascht sein? (Beim Patience-Legen geschieht ähnliches.) Gewiß, und es ist eine angenehme Überraschung; und sie ist von psychologischem Interesse, denn sie zeigt ein Phänomen des Nicht-Überblickens und der Änderung des Aspekts eines gesehenen Komplexes. Es ist interessant, daß man es diesem Komplex nicht immer ansieht, daß er sich so kürzen läßt; ist aber der Weg der Kürzung übersichtlich vor unsern Augen, so verschwindet die Überraschung. Wenn man sagt, man sei eben überrascht, daß man *dahin* geführt worden sei, so ist dies keine ganz richtige Darstellung des Sachverhalts. Denn diese Überraschung hat man doch nur dann, wenn man den Weg noch nicht kennt. Nicht, wenn man ihn ganz vor sich sieht. Daß dieser Weg, den ich ganz vor mir habe, da anfängt, wo er anfängt, und da aufhört, wo er aufhört, das ist keine Überraschung. Die Überraschung und das Interesse kommen dann sozusagen von außen. Ich meine – man kann sagen: “Diese mathe-

matische Untersuchung hat großes psychologisches Interesse“, oder “großes physikalisches Interesse“.

Ts-224
206[2]

3 Ich staune immer wieder bei dieser Wendung des Themas; obwohl ich es unzählige Male gehört habe und es auswendig weiß. Es ist vielleicht sein *Sinn*, Staunen zu erwecken. Was soll es dann heißen, wenn ich sage: ‘Du *darfst* nicht staunen!?’ Denke an mathematische Rätselfragen. Sie werden gestellt, weil sie überraschen; das ist ihr ganzer Sinn. Ich will (also) sagen: Du sollst nicht glauben, es sei hier etwas verborgen, in das man nicht Einsicht nehmen kann – als seien wir durch einen unterirdischen Gang gegangen und kämen nun irgendwo ans Licht, ohne aber wissen zu können, wie wir dahin gekommen sind, oder welches die Lage des Anfangs zum Ausgang des Tunnels ist. Wie aber konnte man denn überhaupt in dieser Einbildung sein? Was gleicht in der Rechnung einer Bewegung unter der Erde? Was konnte uns denn dieses Bild nahe legen? Ich glaube: daß kein Tageslicht auf diese Schritte fällt; daß wir den Anfangs- und Endpunkt der Rechnung in einem Sinne verstehen, in dem wir den übrigen Gang der Rechnung nicht verstehen.

Ts-224
207[1]

4 “Hier ist kein Geheimnis!” – aber wie konnten wir denn *glauben*, daß eines sei? – Nun, ich bin immer wieder den Weg gegangen und war immer wieder überrascht; und auf den Gedanken, daß man hier etwas *verstehen* kann, bin ich nicht gekommen. – “Hier ist kein Geheimnis“, heißt also: Schau Dich doch um!

- Ts-224
207[2] **5** Ist es nicht, als sähe man in einer Rechnung eine Art Kartenaufschlagen? Man hat die Karten gemischt; man weiß nicht, was dabei vor sich ging: aber am Ende lag obenauf der Zehner, und das bedeutet ...
- Ts-224
207[3] **6** Unterschied zwischen dem Werfen des Loses und dem Auszählen vor einem Spiel. Könnten aber nicht naive Menschen auch im Ernstfalle statt einen Mann auszulosen sich des Auszählens bedienen?
- Ts-224
207[4] **7** Was tut der, der uns darauf aufmerksam macht, daß beim Auszählen das Ergebnis abgekartet ist?

Ts-224
207[5] &
208[1]

8 Ich will sagen: "Wir haben keinen Überblick über das, was wir gemacht haben, und deshalb kommt es uns geheimnisvoll vor". Denn nun steht ein Resultat vor uns, und wir wissen nicht mehr, wie wir dazu gekommen sind, aber wir sagen (wir haben gelernt zu sagen): "also muß es so sein"; und wir nehmen es hin – und staunen darüber. Könnten wir uns nicht diesen Fall denken: Jemand hat eine Reihe von Befehlen, von der Form "Du mußt jetzt so & so handeln" einzeln auf Karten geschrieben. Er mischt diese Karten, liest die, welche obenauf zu liegen kommt – und sagt: Also, ich *muß das* tun! – Denn das Lesen eines geschriebenen Befehls macht nun einmal einen bestimmten Eindruck, hat eine bestimmte Wirkung. Und ebenso auch das Anlegen bei einer Schlußfolgerung. – Man könnte aber vielleicht den Bann eines solchen Befehls brechen, indem man diesem Menschen noch einmal klar vor Augen führt, *wie* er zu diesen Worten gelangt ist, und diesen Vorgang mit anderen Vorgängen vergleicht, – indem man z.B. sagt: "Es hat Dir doch niemand den Befehl gegeben!" Und ist es nicht auch *so*, wenn ich sage: "Hier ist kein Geheimnis"? – Er hatte ja, in gewissem Sinne, nicht geglaubt, daß ein Geheimnis vorliegt. Aber er war unter dem *Eindruck* des Geheimnisses (wie der Andere unter dem *Eindruck* eines Befehles). In *einem* Sinne kannte er ja die Situation, aber er verhielt sich zu ihr (im Gefühl und im Handeln) 'als läge ein anderer Sachverhalt vor' – wie wir sagen würden.

Ts-224
212[1] &
213[1]

9 "Eine Definition führt Dich doch nur wieder einen Schritt zurück, zu etwas anderem nicht Definiertem." Was sagt uns das? Wußte das irgend jemand nicht? – Nein; aber konnte er es nicht aus dem Auge verlieren?

Ts-224
213[2]

10 Oder: “Wenn Du schreibst ‘1, 4, 9, 16, ...’, so hast Du nur vier Zahlen angeschrieben, und vier Pünktchen” – worauf machst Du da aufmerksam? Konnte jemand etwas anderes glauben? Man sagt Einem in so einem Falle auch: “Damit hat Du weiter nichts hingeschrieben als vier Zahlzeichen und ein fünftes Zeichen– die Pünktchen”. Ja, wußte er das nicht? Aber kann er nicht doch sagen: Ja wirklich, ich habe die Pünktchen nie als *ein* weiteres Zeichen in dieser Reihe aufgefaßt, – das hier so allerdings so aussieht, wie weitere flüchtig geschriebene Ziffern, aber auch anders geschrieben werden könnte, daß es den Charakter eines Buchstabens oder Zahlzeichens hätte.

Ts-224
213[3]

11 Oder wie ist es, wenn man darauf aufmerksam macht, daß eine Linie im Sinne Euklids eine Farbengrenze ist und nicht ein Strich; und ein Punkt der Schnitt solcher Farbengrenzen und kein Tupfen? (Wie oft ist gesagt worden, daß man sich einen Punkt nicht vorstellen kann.)

Ts-224
213[4] &
214top[1]

12 Man kann in der Einbildung leben, denken– daß es sich so und so verhält, ohne es zu *glauben*; d.h.: wenn man gefragt wird, so weiß man es, hat man aber nicht auf die Frage zu antworten, so weiß man es *nicht*, sondern man handelt und denkt dann nach einer andern Ansicht.

Ts-224
214top[2]

13 Denn eine Ausdrucksform läßt uns so und so handeln. Wenn sie unser Denken beherrscht, so möchten wir trotz aller Einwendungen sagen: “in gewissem Sinne verhält es sich *doch* so.” Obwohl er gerade auf den ‘gewissen Sinn’ ankommt. (Sieh’ doch nur die Technik unserer elenden Zeitungen an!)