

Wittgenstein's  
Writings

**Bemerkungen  
über  
die  
Grundlagen  
der  
Mathematik  
IV**



**Bemerkungen  
über die  
Grundlagen der  
Mathematik –  
IV**

Ludwig  
Wittgenstein

Ms-125 5v[4] **1** “Die Axiome eines mathematischen Axiomsystems sollen einleuchtend sein.” Wie leuchten sie denn ein?

Ms-125 6r[1] Wie wenn ich sagte: *so* kann ich mir’s am leichtesten vorstellen. Und hier ist Vorstellen nicht ein bestimmter seelischer Vorgang bei dem man zumeist die Augen schließt, oder mit den Händen bedeckt.

Ms-125 6r[2] & 6v[1] **2** Was sagen wir, wenn uns so ein Axiom dargeboten wird, z.B. das Parallelenaxiom? Hat Erfahrung uns gezeigt, daß es sich so verhält?

Nun vielleicht; aber *welche* Erfahrung? Ich meine: Erfahrung spielt eine Rolle; aber nicht die, die man unmittelbar erwarten würde. Denn man hat ja doch nicht Versuche gemacht & gefunden, daß wirklich nur *eine* Gerade die andre Gerade nicht durch den Punkt schneidet. Und doch leuchtet der Satz ein. – Wenn ich nun sagte: es ist ganz gleichgültig, warum er einleuchtet. Genug: wir nehmen ihn an. Wichtig ist nur, wie wir ihn gebrauchen.

Ms-125 6v[2] Der Satz beschreibt ein Bild. Nämlich dieses:

Ms-125 7r[1] Dies Bild ist uns annehmbar. Wie es uns annehmbar ist, die ungenaue Kenntnis einer Zahl durch Abrunden auf ein Vielfaches von 10 anzudeuten.

Ms-125 7r[2] ‘Wir nehmen diesen Satz an.’ Aber als *was* nehmen wir ihn an?

Ms-125 7r[3] & 7v[1] **3** Ich will sagen: Wenn der Wortlaut des Parallelen-Axioms, z.B., gegeben ist (& wir die Sprache verstehen) so ist die Art der Verwendung dieses Satzes, & also sein Sinn, noch gar nicht bestimmt. Und wenn wir sagen, er leuchtet uns ein, so haben wir damit, ohne es zu wissen, schon eine bestimmte Art der Verwendung des Satzes gewählt. Der Satz ist kein mathematisches Axiom, wenn wir ihn nicht gerade *dazu* verwenden.

Ms-125 7v[2] & 8r[1] Daß wir nämlich hier nicht Versuche machen, sondern das Einleuchten gelten lassen legt schon die Verwendung fest. Denn wir sind ja nicht so naiv, das Einleuchten statt des Versuchs gelten zu lassen.

Ms-125 8r[2] Nicht, daß er uns als wahr einleuchtet, sondern daß wir das Einleuchten gelten lassen, macht ihn zum mathem. Satz.

Ms-125 8r[3] & 8v[1] **4** Lehrt uns die Erfahrung daß zwischen je 2 Punkten eine Gerade möglich ist? Oder, daß zwei verschiedene Farben nicht an einem Orte sein können? Man könnte sagen: die *Vorstellung* lehrt es uns. Und darin liegt die Wahrheit; man muß es nur recht verstehen.

Ms-125 8v[2] Vor dem Satz ist der Begriff noch geschmeidig.

Ms-125 8v[3] Aber könnten nicht Erfahrungen uns bestimmen das Axiom zu verwerfen?!

Ja. Und dennoch spielt es nicht die Rolle des Erfahrungssatzes.

Ms-125 8v[4] & 9r[1] Warum sind die Newtonschen Gesetze keine Axiome der Mathematik? Weil man sich sehr wohl vorstellen könnte, daß es sich anders verhielte. Aber – will ich sagen – dies schreibt jenen Sätzen nur eine gewisse Rolle im Gegensatz zu einer andern zu. D.h.: von einem Satz zu sagen: ‘man könnte sich das auch anders vorstellen’ oder ‘man kann sich auch das Gegenteil davon vorstellen’, schreibt ihm die Rolle des Erfahrungssatzes zu.

Ms-125 9r[2] & 9v[1] Der Satz den man sich nicht anders als wahr soll vorstellen können hat eine andere *Funktion* als der für den es sich nicht so verhält.

Ms-125 9v[2] **5** Die mathem. Axiome funktionieren dergestalt, daß, wenn Erfahrung uns dazu bewegte, ein Axiom aufzugeben, sein Gegenteil damit nicht zum Axiom würde. ‘ $2 \times 2 \neq 5$ ’ heißt nicht, ‘ $2 \times 2 = 5$ ’ habe sich nicht bewährt.

Ms-125 9v[3] Man könnte den Axiomen, sozusagen, ein spezielles Behauptungszeichen vorsetzen.

Ms-125 9v[4] & 10r[1] Axiom ist etwas nicht *dadurch*, daß wir es als äußerst wahrscheinlich, ja als gewiß, anerkennen, sondern dadurch, daß *wir* ihm eine bestimmte Funktion zuerkennen & eine, die der des Erfahrungssatzes widerstreitet.

Ms-125 10r[2] Wir geben dem Axiom eine andere Art der Anerkennung als dem Erfahrungssatz. Und damit meine ich nicht daß der ‘seelische Akt des Anerkennens’ ein anderer ist.

Ms-125 10v[1] Das Axiom ist, möchte ich sagen, ein anderer Redeteil.

- Ms-125 10v[2] **6** Man nimmt, wenn man das math. Axiom, das & das sei möglich, hört, ohne weiters an, man wisse, was hier 'möglich sein' bedeutet; weil die Satzform uns natürlich geläufig ist.
- Ms-125 10v[3] & 11r[1] Man wird nicht gewahr, wie verschiedenerlei die Verwendung der Aussage, etwas sei möglich, ist & kommt nicht auf den Gedanken, nach der besondern Verwendung in diesem Fall, zu fragen.
- Ms-125 11r[2] Ohne die Verwendung im geringsten zu übersehen, können wir hier gar nicht zweifeln, daß wir den Satz verstehen.
- Ms-125 11r[3] & 11v[1] Ist der Satz, daß es keine Wirkung in die Ferne gibt von dem Geschlecht der math. Sätze? Man möchte da auch sagen: der Satz ist nicht dazu bestimmt eine Erfahrung auszudrücken, sondern daß man sich etwas nicht anders vorstellen könne.
- Ms-125 11v[2] & 12r[1] Zu sagen zwischen zwei Punkten sei – geometrisch – immer eine Gerade möglich, heißt: Von mehr als zwei Punkten zu sagen, sie lägen auf einer Geraden ist eine Aussage; es von zweien zu sagen ist keine.
- Ms-125 12r[2] So wie man sich auch nicht fragt, was ein Satz der Form "Es gibt kein ..." (z.B. "Es gibt keinen Beweis dieses Satzes") im besonderen Fall bedeutet. Auf die Frage was er bedeutet antwortet man dem Anderen & sich selbst mit einem Beispiel des Nicht-existierens.
- Ms-125 12r[3] & 12v[1] **7** Der math. Satz steht auf vier Füßen, nicht auf dreien; er ist überbestimmt.

- Ms-125 12v[2] **8** Wenn wir das Tun eines Menschen, z.B., durch eine Regel beschreiben, so wollen wir, daß der, dem wir die Beschreibung geben, durch Anwendung der Regel wisse, was im besonderen Fall geschieht. Gebe ich ihm nun durch die Regel eine indirekte Beschreibung?
- Ms-125 13v[3] & 13r[1] Es gibt natürlich einen Satz, der sagt: wenn Einer die Zahlen ... nach den & den Regeln zu multiplizieren trachtet so erhält er .....
- Ms-125 13r[2] Eine Anwendung des math. Satzes muß immer das Rechnen selber sein. Das bestimmt das Verhältnis der Rechentätigkeit zum Sinn der math. Sätze.
- Ms-125 13r[3] Wir beurteilen Gleichheit & Übereinstimmung nach den Resultaten unseres Rechnens, darum können wir nicht das Rechnen mit Hilfe der Übereinstimmung erklären.
- Ms-125 13v[2] Wir beschreiben mit Hilfe der Regel: Wozu? Warum das ist eine andre Frage.
- Ms-125 13v[3] & 14r[1] 'Die Regel, auf diese Zahlen angewandt, gibt jene' könnte heißen: der Regelausdruck auf den Menschen angewendet läßt ihn aus diesen Zahlen jene erzeugen.
- Ms-125 14r[2] Man fühlt ganz richtig daß dies *kein* math. Satz wäre.
- Ms-125 14r[3] Der math. Satz setzt einen gewissen Weg fest.
- Ms-125 14r[4] & Es ist kein Widerspruch daß er eine Regel ist und nicht einfach festgesetzt, sondern nach Regeln erzeugt wird.

- 14v[1] Wer mit einer Regel beschreibt, weiß selbst auch nicht mehr als  
Ms-125 er sagt. D.h., er sieht auch nicht die Anwendung voraus, die er  
14v[2] im besondern Fall von der Regel machen wird. Wer "u.s.w."  
sagt, weiß selbst auch nicht mehr als "u.s.w."
- Ms-125 **9** Wie könnte man Einem erklären, was der zu tun hat, der  
14v[3] & einer Regel folgen soll?  
15r[1]  
Ms-125 Man ist versucht zu erklären: vor allem tu das *Einfachste* (wenn  
15r[2] & die Regel z.B. ist immer das gleiche zu wiederholen). Und  
15v[1] daran ist natürlich etwas. Es ist von Bedeutung, daß wir sagen  
können, es sei einfacher eine Zahlenreihe anzuschreiben, in der  
jede Zahl gleich der vorhergehenden ist, als eine Reihe, in der  
jede Zahl um 1 größer ist als die vorhergehende. Und wieder,  
daß dies ein einfacheres Gesetz ist als das, abwechselnd 1 und 2  
zu addieren.
- Ms-125 **10** Ist es denn nicht übereilt, einen Satz, den man an Stäbchen  
15v[2] & Bohnen erprobt hat, auf Wellenlängen des Lichts  
16r[1] anzuwenden? Ich meine: daß  $2 \times 5000 = 10000$  ist. Rechnet man  
wirklich damit, daß, was sich in so viel Fällen bewahrheitet hat,  
auch für diese stimmen muß? Oder ist es nicht vielmehr, daß  
wir uns mit der arithmetischen Annahme noch *gar* nicht  
binden?
- Ms-125 **11** Die Arithm. als die Naturgeschichte (Mineralogie) der  
16r[2] Zahlen. *Wer* spricht aber so von ihr? Unser ganzes Denken ist  
von dieser Idee durchsetzt.

Ms-125 Die Zahlen sind Gestalten (ich meine nicht die Zahlzeichen) &  
16r[3] & die Arithm. teilt uns die Eigenschaften dieser Gestalten mit.  
16v[1] & Aber die Schwierigkeit ist da, daß die Eigenschaften der  
17r[1] Gestalten *Möglichkeiten* sind; nicht die gestaltlichen  
Eigenschaften der Dinge, die die Gestalt haben. Und diese  
Möglichkeiten wieder entpuppen sich als physikalische, oder  
psychologische, Möglichkeiten (der Zerlegung,  
Zusammensetzung, etc.). Die Gestalten aber spielen (nur) die  
Rolle der Bilder, die man so & so verwendet. Nicht  
Eigenschaften von Gestalten ist es, was wir geben, sondern  
Transformationen von Gestalten, als irgendwelche Paradigmen  
aufgestellt.

Ms-125 **12** Wir beurteilen nicht die Bilder, sondern mittels der Bilder.  
17r[2] & Wir erforschen sie nicht sondern mittels ihrer etwas anderes.  
17r[3] Du bringst ihn zu der Entscheidung dies Bild aufzunehmen.  
Ms-125 Und zwar durch Beweis, d.i., durch Vorführung einer  
17r[4] & Bilderreihe, oder einfach dadurch, daß Du ihm das Bild zeigst.  
17v[1] Was zu dieser Entscheidung bewegt ist hier gleichgültig. Die  
Hauptsache ist, daß es sich um das Annehmen eines Bildes  
handelt.

Ms-125 Das Bild des Zusammensetzens *ist* kein Zusammensetzen; das  
17v[2] Bild einer Zerlegung keine Zerlegung; das Bild des Passens  
kein Passen. Aber diese Bilder sind von der größten  
Bedeutung. *So sieht es aus*, wenn zusammengesetzt wird; wenn  
zerlegt wird; usw.

- Ms-125 18r[1] **13** Wie wäre es, wenn Tiere oder Kristalle so schöne Eigenschaften hätten wie die Zahlen? Es gäbe also z.B. eine Reihe von Gestalten, eine immer um eine Einheit größer als die andere.
- Ms-125 18r[2] & 18v[1] Ich möchte darstellen können, wie es kommt, daß die Math. jetzt uns als Naturgeschichte des Zahlenreiches, jetzt wieder als eine Sammlung von Regeln erscheint.
- Ms-125 18v[2] Könnte man aber nicht Transformationen von Tiergestalten (z.B.) studieren? Aber wie 'studieren'? Ich meine: könnte es nicht nützlich sein, sich Transformationen von Tiergestalten vorzuführen? Und doch wäre dies kein Zweig der Zoologie. –
- Ms-125 18v[3] & 19r[1] Ein math. Satz wäre es dann (z.B.), daß *diese* Transformation *diese* Gestalt in *diese* überleitet. (Die Gestalten & die Transformation wiedererkennbar.)
- Ms-125 19r[2] & 19v[1] **14** Wir müssen uns aber dessen erinnern, daß der math. Beweis durch seine Umformungen nicht nur zeichengeometrische Sätze, sondern Sätze des verschiedenartigsten *Inhalts* beweist.
- Ms-125 19r[3] So beweist die Umformung eines Russellschen Beweises, daß dieser logische Satz mit Hilfe dieser Regeln sich aus den Grundgesetzen bilden lasse. Aber der Beweis wird als Beweis der Wahrheit des Schlußsatzes angesehen, oder als Beweis dafür, daß der Schlußsatz *nichts* sagt. Das ist nun nur durch eine Beziehung des Satzes nach außen möglich; d.h. durch seine Beziehung zu andern Sätzen, z.B., & deren Anwendung.

Ms-125 19v[2] & 20r[1] 'Die Tautologie ( $p \vee \sim p$ , z.B.) sagt nichts' ist ein Satz der sich auf das Sprachspiel bezieht, worin der Satz  $p$  angewendet wird. (Z.B.: "Es regnet, oder regnet nicht" ist keine Mitteilung über das Wetter.)

Ms-125 20r[2] Die R.sche Logik sagt nichts darüber, welcher Art & Verwendung *Sätze*, ich meine nicht *logische* Sätze, sind: Und doch erhält die Logik ihren ganzen Sinn (nur) von der supponierten Anwendung auf die Sätze.

Ms-125 28v[1] & 29r[1] **15** Man kann sich denken daß Leute eine angewandte Mathematik haben ohne eine reine Mathematik. Sie können z.B. – nehmen wir an – die Bahn berechnen, welche gewisse sich bewegende Körper beschreiben & deren Ort zu einer gegebenen Zeit vorhersagen. Dazu benützen sie ein Koordinatensystem, die Gleichung von Kurven (*eine Form der Beschreibung wirklicher Bewegung*) & die Technik des Rechnens im Dezimalsystem.

Die Idee eines Satzes der reinen Mathematik kann ihnen ganz fremd sein. Diese Leute haben also Regeln denen gemäß sie die betreffenden Zeichen insbesondere z.B. Zahlzeichen transformieren zum Zweck der Voraussage des Eintreffens gewisser Ereignisse.

Ms-125  
29r[2] &  
29v[1] Aber wenn sie nun z.B. multiplizieren, werden sie da nicht einen Satz gewinnen, der sagt, daß das Resultat der Multiplikation das gleiche ist, wie immer man die Faktoren vertauscht? Das wird keine primäre Zeichenregel sein, aber auch kein Satz ihrer Physik. Nun, sie *brauchen* so einen Satz nicht zu erhalten – selbst wenn sie das Vertauschen der Faktoren erlauben.

Ms-125  
29v[2] &  
30r[1] Ich denke mir die Sache so, daß diese Mathematik ganz in Form von *Geboten* betrieben wird. “Du mußt *das & das* tun” – um nämlich die Antwort darauf zu erhalten, ‘wo wird sich dieser Körper zu der & der Zeit befinden’. (Wie diese Menschen zu dieser Methode der Vorhersagung gekommen sind, ist ganz gleichgültig).

Ms-125  
30r[2] Der Schwerpunkt der Mathem. liegt für diese Menschen *ganz* im *Tun*.

Ms-125  
30r[3] **16** Ist das aber möglich? Ist es möglich, daß sie das kommutative Gesetz (z.B.) nicht als *Satz* ansprechen?

Ms-125  
30r[4] &  
30v[1] Ich will doch sagen: Diese Leute sollen nicht zu der Auffassung kommen, daß sie mathem. Entdeckungen machen – sondern *nur* physikalische Entdeckungen. [Wie sehr ich doch bei meinem Denken von Spengler beeinflusst bin!]

Ms-125 30v[2] & 31r[1] Frage: Müssen sie mathem. Entdeckungen als Entdeckungen machen? Was geht ihnen ab wenn sie keine machen? Könnten sie (z.B.) den Beweis des kommutativen Gesetzes gebrauchen, aber ohne die Auffassung, er gipfle in einem *Satz*, er habe also ein Resultat das ihren physikalischen Sätzen irgendwie vergleichbar sei?

Ms-125 31r[2] & 31v[1] **17** Das bloße Bild  
einmal als 4 Reihen zu 5 Punkten, einmal als 5 Kolumnen zu 4 Punkten betrachtet könnte jemand vom kommutativen Gesetz überzeugen. Und er könnte daraufhin Multiplikationen einmal in der einen, einmal in der andern Richtung ausführen.

Ms-125 31v[2] 06.04.1942  
Ein Blick auf die Vorlage & die Steine überzeugt ihn, daß er mit ihnen die Figur wird legen können, d.h., er *unternimmt* darauf, sie zu legen.

Ms-125 31v[4] & 32r[1] & 32r[2] & 32v[1] 'Ja, aber nur, wenn die Steine sich nicht ändern? – Wenn sie sich nicht ändern & wenn wir keinen unbegreiflichen Fehler machen, oder Steine unbemerkt verschwinden oder dazukommen. 'Aber es ist doch wesentlich, daß sich die Figur tatsächlich allemal aus den Steinen legen läßt! Was geschähe wenn sie sich nicht legen ließe?' – Vielleicht würden wir uns dann für geistesgestört halten. Aber – was weiter? – Vielleicht würden wir die Sache auch hinnehmen, wie sie ist. Und dann würde Frege sagen: "Hier haben wir eine neue Art der Verrücktheit".

- Ms-125 32v[2] **18** Es ist klar, daß die Mathematik als Technik des Umwandelns von Zeichen zum Zweck des Vorhersagens mit (der) Grammatik nichts zu tun hat.
- Ms-125 32v[3] & 33r[1] **19** (Jene) Leute, deren Mathematik nur eine solche Technik ist, sollen nun auch Beweise anerkennen, die sie von der Brauchbarkeit einer Zeichentechnik überzeugen.
- Ms-125 33r[2] & 33v[1] **20** Wenn uns das Rechnen als maschinelle Tätigkeit erscheint, so ist *der Mensch*, der die Rechnung ausführt, die Maschine.  
Die Rechnung wäre dann gleichsam ein Diagramm, das ein Teil der Maschine hinschreibt.
- Ms-125 33v[2] **21** Und das bringt mich darauf daß ein Bild uns sehr wohl davon überzeugen kann daß ein bestimmter Teil eines Mechanismus sich so & so bewegen werde wenn man den Mechanismus in Gang setzt.
- Ms-125 34r[1] So ein Bild (oder eine Bilderreihe) wirkt wie ein Beweis. So könnte ich z.B. konstruieren, wie der Punkt  $x$  des Mechanismus sich bewegen werde.
- Ms-125 34r[2] Ist es nicht *seltsam*, daß es nicht augenblicklich klar ist, *wie* uns das Bild der Periode im Dividieren von der Wiederkehr der Ziffernreihe überzeugt?
- Ms-125 34v[3] (Es ist so schwer für mich, die innere Beziehung von der äußeren zu scheiden – das Bild von der Vorhersage.)
- Ms-125 35v[2] Der Doppelcharakter des math. Satzes – als *Gesetz* & als *Regel*.

- Ms-125 36r[3] & 36v[1] **22** Wie, wenn man statt "Intuition" sagen würde "richtiges Erraten"? Das würde den Wert einer Intuition in einem ganz andern Lichte zeigen. Denn das Phänomen des Ratens ist ein psychologisches, aber nicht das des richtig Ratens.
- Ms-125 36v[2] **23** Daß wir die Technik gelernt haben, macht, daß wir sie nun, auf den Anblick dieses Bildes hin, so & so abändern.
- Ms-125 39v[3] 'Wir entschließen uns zu einem neuen Sprachspiel.' 'Wir entschließen uns *spontan* (möchte ich sagen) zu einem neuen Sprachspiel.'
- Ms-125 39v[4] & 40r[1] **24** Ja – es scheint: wenn unser Gedächtnis anders funktionierte, daß wir dann nicht so, wie wir's tun, rechnen könnten. Könnten wir aber dann Definitionen geben, wie wir es tun; so reden & schreiben, wie wir es tun? Wie aber können wir die Grundlage unsrer Sprache durch Erfahrungssätze ausdrücken?!
- Ms-125 40r[2] & 40v[1] **25** Angenommen, eine Division wenn wir sie ganz ausführen würde nicht zu demselben Resultat führen wie das Kopieren der Periode. Das könnte z.B. daher kommen, daß wir die Rechengesetzchen ohne uns dessen bewußt zu sein veränderten. (Es könnte aber auch daher kommen, daß wir anders kopieren.)
- Ms-125 40v[2] & 41r[1] **26** Was ist der Unterschied zwischen *nicht* rechnen & *falsch* rechnen. – Oder: ist eine *scharfe* Grenze zwischen dem, die Zeit *nicht* zu messen & sie *falsch* messen? Keine Zeitmessung zu kennen & eine falsche?

- Ms-125 41r[2] **27** Gib auf das Geschwätz acht, wodurch wir jemand von der Wahrheit eines math. Satzes überzeugen. Es gibt einen Aufschluß über die Funktion dieser Überzeugung. Ich meine das Geschwätz womit die Intuition wachgerufen wird. Womit also die Maschine einer Technik in Gang gesetzt wird.
- Ms-125 41v[1] **28** Kann man sagen, daß, wer eine Technik lernt, sich dadurch von der Gleichförmigkeit der Resultate überzeugt??
- Ms-125 41v[2] **29** Die Grenze der Empirie – ist die *Begriffsbildung*.  
 Ms-125 41v[3] & 42r[1] Welchen Übergang mache ich von “es wird so sein” zu “es *muß* so sein”? Ich bilde einen andern Begriff. Einen, in dem inbegriffen ist was es früher nicht war. Wenn ich sage: “Wenn diese Ableitungen gleich sind, dann *muß* ...”, Bilde also meinen Begriff der Gleichheit um.
- Ms-125 42r[2] & 42v[1] Wie aber, wenn Einer nun sagt: “Ich bin mir nicht dieser *zwei* Vorgänge bewußt, ich bin mir nur der Empirie bewußt, nicht einer von ihr unabhängigen Begriffsbildung & Begriffsumbildung; alles scheint mir im Dienste der Empirie zu stehen.”? Mit andern Worten: wir scheinen nicht bald mehr, bald weniger rational zu werden, oder die Form unseres Denkens zu verändern, so daß damit sich *das* ändert, *was wir* “Denken” nennen. Wir scheinen es nur immer der Erfahrung anzupassen.
- Ms-125 42v[2] & 43r[1] Das ist klar: daß, wenn Einer sagt: “Wenn Du der *Regel* folgst so *muß* es so sein”, (daß) er keinen *klaren* Begriff von Erfahrungen hat die dem Gegenteil entsprechen.

- Ms-125 Oder auch so: Er hat keinen klaren Begriff davon, wie es  
43r[2] aussähe, wenn es anders wäre. Und das ist sehr wichtig.
- Ms-125 **30** Was zwingt uns den Begriff der Gleichheit *so* zu formen,  
43v[2] & daß wir etwa sagen: “wenn Du beidemale wirklich das Gleiche  
44r[1] tust, muß auch dasselbe herauskommen”? – Was zwingt uns,  
nach einer Regel vorzugehen, etwas als Regel aufzufassen? Was  
zwingt uns mit uns selbst in den Formen der von uns gelernten  
Sprache zu reden
- Ms-125 Denn das Wort “muß” drückt doch aus, daß wir von *diesem*  
44r[2] Begriff nicht abgehen können. (Oder soll ich sagen “wollen”?)
- Ms-125 Ja, auch wenn ich von einer Begriffsbildung zu einer andern  
44r[3] & übergegangen bin, so bleibt der alte Begriff noch (immer) im  
44v[1] Hintergrund.
- Ms-125 Kann ich sagen: “Ein Beweis bringt uns zu einer gewissen  
44v[2] Entscheidung, & zwar zu der, eine bestimmte Begriffsbildung  
anzunehmen”??
- Ms-125 Sieh den Beweis nicht als einen Vorgang an der Dich *zwingt*,  
45r[2] sondern der Dich *führt*. – Und zwar führt er Deine *Auffassung*  
eines (gewissen) Sachverhalts.
- Ms-125 Aber wie kommt es, daß er *jeden* von uns so führt, daß wir  
45v[1] übereinstimmend von ihm beeinflusst werden? Nun, wie  
kommt es daß wir übereinstimmend *zählen*? ‘Wir sind eben so  
abgerichtet’, kann man sagen, ‘und die Übereinstimmung die  
so erzeugt wird setzt sich durch die Beweise fort’.

- Ms-125 45v[2] & 46r[1] Während dieses Beweises haben wir eine Anschauungsweise von der 3-Teilung des Winkels gebildet, die eine Konstruktion mit Lineal & Zirkel ausschließt.
- Ms-125 46r[3] & 46v[1] Dadurch, daß wir einen Satz als selbstverständlich anerkennen, sprechen wir ihn auch von jeder Verantwortung gegenüber der Erfahrung frei.
- Ms-125 46v[2] Während des Beweises wird unsere Anschauung geändert – & daß das mit Erfahrungen zusammenhängt tut dem keinen Eintrag.
- Ms-125 46v[3] Unsre Anschauung wird umgemodelt.
- Ms-125 46v[4] & 47r[1] **31** Es muß so sein, heißt nicht, es wird so sein. Im Gegenteil: 'Es *wird* so sein, wählt zwischen *einer* & einer andern Möglichkeit. 'Es muß so sein' sieht nur *eine* Möglichkeit.
- Ms-125 47r[2] Der Beweis leitet unsere Erfahrungen sozusagen in bestimmte Kanäle. Wer das & das immer wieder versucht hat gibt den Versuch Beweis auf.
- Ms-125 47r[3] & 47v[1] Es versucht Einer ein gewisses Bild aus Steinen zusammenzulegen. Er sieht nun eine Vorlage in welcher ein *Teil* jenes Bilds aus allen seinen Steinen zusammengelegt erscheint, & gibt nun seinen Versuch auf. Die Vorlage war der *Beweis* dafür, daß sein Vorhaben unmöglich ist.
- Ms-125 47v[2] & 48r[1] Auch die Vorlage, sowie die, die ihm zeigt daß er wird ein Bild aus diesen Steinen zusammensetzen können, ändert seinen *Begriff*. Denn er hat, könnte man sagen, das Zusammensetzen dieses Bildes aus diesen Steinen noch nie so angesehen.

Ms-125 48r[2] & 48v[1] Ist es gesagt, daß Einer, der sieht, daß man mit diesen Steinen einen Teil des Bildes legen kann, einsieht, daß man also auf keine Weise das ganze Bild aus ihnen wird legen können? Ist es nicht möglich, daß er versucht & versucht, ob nicht doch eine Stellung der Steine dies Ziel erreicht?

Ms-125 48v[2] Muß man hier nicht zwischen (dem) Denken & dem praktischen Erfolg des Denkens unterscheiden?

Ms-125 48v[3] & 49r[1] **32** "... die nicht, wie wir, gewisse Wahrheiten unmittelbar einsehen, sondern vielleicht auf den langwierigen Weg der Induktion angewiesen sind", so sagt Frege. Aber was mich interessiert ist das unmittelbare Einsehen, ob es nun das einer Wahrheit ist, oder einer Falschheit. Ich frage: was ist das charakteristische Benehmen von Menschen, die etwas 'unmittelbar einsehen' – was immer der praktische Erfolg dieses Einsehens ist?

Ms-125 49v[1] Mich interessiert nicht das unmittelbare Einsehen einer Wahrheit, sondern das Phänomen des unmittelbaren Einsehens. Nicht (zwar) als einer besondern seelischen Erscheinung sondern als einer Erscheinung im Handeln der Menschen.

Ms-125 49v[2] & 50r[1] **33** Ja; es ist, als ob die Begriffsbildung unsre Erfahrung in bestimmte Kanäle leitete so daß man nun die eine Erfahrung mit der andern auf neue Weise zusammensieht. (Wie ein optisches Instrument Licht von verschiedenen Quellen auf bestimmte Art in einem Bild zusammenkommen läßt.)

- Ms-125 Denke Dir, der Beweis wäre eine Dichtung ja ein Theaterstück.  
50r[2] Kann mich das Ansehen eines solchen zu nichts bringen?
- Ms-125 Ich wußte nicht wie es gehen werde, – aber ich sah ein Bild, &  
50r[3] & nun wurde ich überzeugt, daß es so gehen werde, wie im Bilde.  
50v[1] Das Bild verhalf mir zur Vorhersage. Nicht als ein Experiment –  
– es war nur der Geburtshelfer der Vorhersage.
- Ms-125 Denn, was immer meine Erfahrungen sind, oder waren, ich  
50v[3] & muß doch noch die Vorhersage *machen*. (Die Erfahrungen  
50r[1] machen sie nicht für mich.)
- Ms-125 Dann ist es ja kein so großes Wunder, daß der Beweis uns zur  
51v[1] Vorhersage hilft. Ohne dieses Bild hätte ich nicht sagen können,  
wie es werden wird, aber wenn ich es sehe so ergreife ich es zur  
Vorhersage.
- Ms-125 Welche Farbe eine chemische Verbindung haben wird kann ich  
51v[2] & nicht mit Hilfe eines Bildes vorhersagen, das mir die  
52r[1] & Substanzen in der Proberöhre & ihre Reaktion veranschaulicht.  
52v[1] Zeigt das Bild ein Aufschäumen & am Ende rote Kristalle, so  
könnte ich nicht sagen: “Ja, so muß es sein”, oder “Nein, so  
kann es nicht sein”. Anders aber ist es wenn ich das Bild eines  
Mechanismus in Bewegung setze; dieses kann mich lehren wie  
ein Teil sich wirklich bewegen wird. Stellte aber das Bild einen  
Mechanismus dar dessen Teile aus einem sehr weichen  
Material (etwa Teig) bestünde & sich daher im *Bild* auf  
verschiedenste Art verbögen, so würde mir das Bild vielleicht  
wieder nicht zu einer Vorhersage verhelfen.

Ms-125 Kann man sagen: ein Begriff wird so gebildet daß er einer  
52v[2] & gewissen Vorhersage angepaßt ist, d.h., sie in den einfachsten  
53r[1] Termini ermöglicht –?

Ms-125 **34** Das philosophische Problem ist: wie können wir die  
53r[2] Wahrheit sagen, & dabei diese starken Vorurteile *beruhigen*?

Ms-125 Es ist ein Unterschied: ob ich etwas als eine Täuschung meiner  
53r[3] & Sinne oder als ein äußeres Ereignis deute, ob ich diesen  
53v[1] Gegenstand zum Maß jenes nehme, oder umgekehrt, ob ich  
mich entschieße, zwei Kriterien entscheiden zu lassen, oder  
nur eins.

Ms-125 **35** Wenn richtig gerechnet wurde, so muß das  
53v[2] herauskommen. Muß es dann immer *so* herauskommen?  
Natürlich.

Ms-125 Indem wir zu einer Technik erzogen sind, sind wir auch zu  
53v[3] einer Betrachtungsweise abgerichtet, die *ebenso fest* sitzt als jene  
Technik.

Ms-125 Der math. Satz scheint weder von den Zeichen, noch von den  
54r[1] Menschen zu handeln, & er *tut* es daher auch nicht.

Ms-125 Er zeigt *die* Verbindungen die wir als starr betrachten. Wir  
54r[2] schauen aber sozusagen, von diesen Verbindungen weg & auf  
etwas anderes. Wir drehen ihnen sozusagen den Rücken. Oder:  
wir lehnen uns an sie oder fußen auf ihnen.

Ms-125 Nochmals: wir sehen den math. Satz nicht als einen Satz, der  
54r[3] & von Zeichen handelt an, & er *ist* es daher auch nicht.  
54v[1]

- Ms-125 Wir erkennen ihn an, *indem* wir ihn den Rücken drehen.  
54v[2]
- Ms-125 Wie ist es, z.B., mit den Grundgesetzen der Mechanik? Wer sie  
54v[3] versteht, muß wissen, auf welche Erfahrungen sie sich stützen.  
Anders verhält es sich mit den Sätzen der reinen Mathematik.
- Ms-125 **36** Ein Satz kann ein Bild beschreiben & dieses Bild  
54v[4] & mannigfach in unserer Betrachtungsweise der Dinge, also in  
55r[1] unserer Lebens- & Handlungsweise verankert sein.
- Ms-125 Ist nicht der Beweis ein flimsy Grund die Suche nach einer  
55r[3] & Konstruktion der Dreiteilung ganz aufzugeben? Du bist nur ein  
55v[1] oder zweimal diese Zeichenreihe durchgegangen & daraufhin  
willst Du Dich entschließen? Nur weil Du diese eine  
Transformation gesehen hast willst Du die Suche aufgeben?
- Ms-125 Der Effekt des Beweises sei, daß sich in die neue Regel  
55v[2] hineinstürzt.
- Ms-125 Er hatte bisher nach der & der Regel gerechnet; nun zeigt ihm  
56r[1] & Einer den Beweis, man könne auch anders rechnen, & er  
56v[1] schaltet nun (auf die andre Technik) um – nicht weil er sich  
sagt, es werde so auch gehen, sondern weil er die neue Technik  
mit der alten als identisch empfindet, weil er ihr denselben  
Sinn geben muß weil er sie als gleich anerkennt wie er diese  
Farbe als grün anerkennt. D.h.: das Einsehen der math.  
Relationen spielt eine ähnliche Rolle wie das Einsehen der  
Identität. Man könnte beinahe sagen, es ist eine kompliziertere  
Art der Identität.

- Ms-125  
57r[2] Man könnte sagen: Die Gründe warum er nun auf eine andere Technik umschaltet, sind von gleicher Art wie die, die ihn eine neue Multiplikation so ausführen lassen, wie er sie ausführt; indem er die Technik als die *gleiche* anerkennt, wie die, die er bei andern Multiplikationen angewandt hatte.
- Ms-125  
57v[2] &  
58r[1] **37** 18.05.1942  
Ein Mensch ist in einem Zimmer *gefangen*, wenn die Türe unversperrt ist, sich nach innen öffnet; er aber nicht auf die Idee kommt zu *ziehen*, statt gegen sie zu drücken.
- Ms-125  
58r[3] &  
58v[1] **38** Wenn Weiß zu Schwarz wird, sagen manche Menschen "Es ist im wesentlichen noch immer dasselbe". Und andere, wenn die Farbe um einen Grad dunkler wird, sagen "Es hat sich *ganz* verändert".
- Ms-125  
59v[2] &  
60r[1] **39** Die Sätze " $a = a$ ", " $p \supset p$ ", "Das Wort 'Bismarck' hat 8 Buchstaben", "Es gibt kein rötlichgrün", sind alle einleuchtend & Sätze über das Wesen: was haben sie gemeinsam? Sie sind offenbar jeder von anderer Art & anderem Gebrauch. Der vorletzte ist einem Erfahrungssatz am ähnlichsten. Und es ist verständlich daß man ihn einen synthetischen Satz a priori nennen kann. Man kann sagen: wenn einer die Zahlenreihe mit der Buchstabenreihe nicht *zusammenhält*, kann er nicht wissen, wieviel Buchstaben das Wort hat.
- Ms-125  
60v[2] **40** 15.09.1942  
Eine Figur aus der andern nach einer Regel abgeleitet. (Etwa die Umkehrung vom Thema.)

- Ms-125 Dann das Resultat als Äquivalent der Operation gesetzt.  
60v[3]
- Ms-125 **41** Wenn ich schrieb “der Beweis muß übersichtlich sein” so  
60v[4] hieß das: *Kausalität* spielt im Beweis keine Rolle. Oder auch: der  
Beweis muß sich durch bloßes Kopieren reproduzieren lassen.
- Ms-125 **42** Daß bei der Fortsetzung der Division von  $1 \div 3$  immer  
61r[1] wieder 3 herauskommen muß wird ebenso wenig durch  
Intuition erkannt, wie, daß die Multiplikation  $25 \times 25$  wenn  
man sie wiederholt immer wieder dasselbe Produkt liefert.
- Ms-125 **43** Man könnte vielleicht sagen daß der synthetische  
61r[2] & Charakter der Sätze der Math. sich am klarsten in der  
61v[1] unregelmäßigen Verteilung der Primzahlen zeigt.
- Ms-125 Aber weil sie synthetisch sind (in diesem Sinne), sind sie drum  
61v[2] & nicht weniger a priori. Man könnte sagen, will ich sagen, daß  
62r[1] sie nicht aus den Begriffen durch einen Vorgang der Analyse  
abgeleitet werden können dennoch aber einen Begriff nach der  
Hand bestimmen.
- Ms-127 Die Verteilung der Primzahlen wäre ein ideales Beispiel für das  
13[2] was man synthetisch a priori nennen könnte, denn man kann  
sagen, daß sie jedenfalls durch eine Analyse des Begriffs der  
Primzahl nicht zu finden ist.

Ms-125  
62v[1] &  
63r[1] &  
63v[1]

44 Könnte man nicht wirklich von Intuition in der Math. reden? Nicht so aber, daß eine *mathem.* Wahrheit intuitiv erfaßt würde wohl aber eine physikalische, oder psychologische. So weiß ich mit *großer* Sicherheit, daß ich jedesmal 625 errechnen werde, wenn ich zehnmal 25 mit 25 multipliziere. D.h. ich weiß die psychologische Tatsache, daß mir immer wieder diese Rechnung als richtig erscheinen wird; so wie ich weiß, wenn ich die Zahlenreihe von 1 bis 20 zehnmal nacheinander aus dem Gedächtnis aufschreibe, die Aufschreibungen sich beim Kollationieren als gleich erweisen werden. – Ist das nun eine Erfahrungstatsache? Freilich – und doch wäre es schwer Experimente anzugeben die mich von ihr überzeugen würden. Man könnte so etwas eine intuitiv erkannte **Erfahrungstatsache** nennen.

Ms-125  
63v[3]

45 Du willst sagen, daß jeder Beweis in einer oder der anderen Weise den Begriff des Beweises ändert.

Ms-125  
63v[4]

Aber nach welchem Prinzip wird denn etwas als neuer Beweis anerkannt? Oder vielmehr gibt es da gewiß kein 'Prinzip'.

Ms-125  
65r[2] &  
65v[1]

46 Soll ich nun sagen: "wir sind überzeugt, daß immer wieder dasselbe Resultat herauskommen wird"? Nein, das ist nicht genug. Wir sind überzeugt, daß immer dieselbe Rechnung herauskommen, gerechnet werden, wird. Ist *das* nun eine mathematische Überzeugung? Nein – denn würde nicht immer dasselbe gerechnet so könnten wir nicht folgern, daß die Rechnung einmal ein Resultat das andre mal, ein anderes ergibt.

- Ms-125 Wir sind *freilich* auch überzeugt, daß wir beim wiederholten  
65v[2] Rechnen das Bild der Rechnung reproduzieren werden. –
- Ms-125 **47** Könnte ich nicht sagen: wer die Multiplikation macht  
69r[2] & findet jedenfalls nicht das math. Faktum, aber den math. Satz?  
69v[1] Denn, was er *findet* ist das nicht-math. Faktum, & so den math.  
Satz. Denn der math. Satz ist eine Begriffsbestimmung die auf  
eine Entdeckung folgt.
- Ms-125 Du *findest* eine neue Physiognomie. Du kannst Dir sie z.B. jetzt  
69v[2] *merken* oder sie kopieren.
- Ms-125 Es ist eine *neue* Form gefunden, konstruiert worden. Aber sie  
69v[3] & wird dazu benützt mit der alten einen neuen Begriff zu geben:  
70r[1] Man ändert den Begriff so, daß das hat herauskommen *müssen*.
- Ms-125 Ich finde nicht das Resultat; sondern ich finde, daß ich dahin  
70r[3] & gelange.  
70v[1] Und nicht das ist eine Erfahrungstatsache, daß *dieser* Weg da  
Ms-125 anfängt & da endet; sondern, daß ich diesen Weg, oder einen  
70v[2] Weg zu diesem Ende, gegangen bin.
- Ms-125 **48** Aber könnte man nicht sagen, daß die *Regeln* diesen Weg  
70v[3] führen, auch wenn niemand ihn gienge?
- Ms-125 Denn das ist es ja, was man sagen möchte – und hier ist die  
71r[1] & Vorstellung von einem math. Mechanismus, einem, der nicht  
71v[1] den Gesetzen der Physik, sondern nur denen der Math.  
gehört.

- Ms-125 71v[2] & 72r[1] Ich will sagen: das Arbeiten der math. Maschine ist nur das *Bild* des Arbeitens einer Maschine.
- Ms-125 72r[2] Die Regel *arbeitet* nicht, denn, was immer der Regel nach geschieht, ist eine Interpretation der Regel.
- Ms-125 72r[3] & 72v[1] **49** Nehmen wir an, ich habe die Stadien der Bewegung von im Bilde vor mir, so verhilft mir das zu einem Satz, den ich von diesem Bild gleichsam ablese. Der Satz enthält das Wort "ungefähr" & ist ein Satz der Geometrie.
- Ms-125 72v[2] Es ist seltsam, daß ich einen Satz von einem *Bild* soll ablesen können.
- Ms-125 72v[3] Der Satz aber handelt nicht von dem Bild das ich sehe. Er sagt nicht, daß auf diesem Bild das & das zu sehen ist. Er sagt aber auch nicht, was der wirkliche Mechanismus tun wird, obwohl er dies andeutet.
- Ms-125 73r[1] Aber könnte ich von der Bewegung des Mechanismus wenn ihre Teile sich nicht ändern, auch andere Zeichnungen anfertigen? D.h., bin ich nicht *gezwungen* eben dies als Bild der Bewegung, *unter diesen Bedingungen*, anzunehmen.
- Ms-125 73r[2] & 73v[1] Denken wir uns die Konstruktion der Stadien des Mechanismus mit Strichen von wechselnder Farbe ausgeführt. Die Striche seien zum Teil schwarz auf weißem Grund, zum Teil weiß auf schwarzem Grund. Denke Dir die Konstruktionen im Euklid so ausgeführt; sie werden allen Augenschein verlieren.

- Ms-125 **50** Das umgekehrte Wort hat ein *neues* Gesicht.  
 73v[2]
- Ms-126 Wie, wenn man sagte: Wer die Folge 1 2 3 umgekehrt hat, *lernt*  
 12[2] über sie, daß sie umgekehrt 3 2 1 ergibt? Und zwar ist, was er  
 lernt, nicht eine Eigenschaft dieser Tintenstriche, sondern der  
 Folge von *Formen*. Er lernt eine *formale* Eigenschaft von Formen.  
 Der Satz, welcher diese formale Eigenschaft aussagt, wird  
 durch die Erfahrung bewiesen, die ihm die Entstehung der  
 einen Form, in dieser Weise, aus der andern zeigt.
- Ms-126 Hat nun, wer das lernt, *zwei* Eindrücke? Einen davon daß die  
 13[1] Reihenfolge *umgekehrt* wird, den andern davon daß 3 2 1  
 entsteht? Und könnte er die Erfahrung, den Eindruck, daß 1 2 3  
 umgekehrt wird nicht haben und doch nicht den daß 3 2 1  
 entsteht? Vielleicht wird man sagen: "nur durch eine seltsame  
 Täuschung". –
- Ms-126 Warum man eigentlich nicht sagen kann, daß man jenen  
 13[2] & formalen Satz aus der Erfahrung lernt – weil man es erst dann  
 14[1] diese Erfahrung nennt, wenn dieser Prozeß zu diesem Resultat  
 führt. Die Erfahrung, die man meint, besteht schon aus diesem  
 Prozeß mit diesem Resultat.
- Ms-126 Darum ist sie mehr wie die Erfahrung: ein Bild zu sehen.  
 14[2]

- Ms-126 14[3] & 15[1] & 16[1] Kann eine Buchstabenreihe zwei Umkehrungen haben? Etwa eine akustische & eine andere optische Umkehrung. Angenommen ich erkläre jemandem was die Umkehrung eines Wortes auf dem Papier ist, was man so nennt. Und nun stellt sich heraus daß er eine akustische Umkehrung des Wortes hat, d.h., etwas was er so nennen möchte was aber nicht ganz mit der geschriebenen Buchstabenreihe übereinstimmt. So daß man sagen kann: er hört *das* als Umkehrung des Wortes. Gleichsam als verzerrte sich ihm das Wort beim Umkehren. Und dies könnte etwa eintreten wenn er das Wort & die Umkehrung fließend ausspricht im Gegensatz zu dem Fall wenn er es buchstabiert. Oder die Umkehrung könnte anders scheinen, wenn er das Wort in *einem* Zuge vor- & rückwärts spricht.
- Ms-126 16[2] Es wäre möglich, daß man das genaue Spiegelbild eines Profils sogleich nach diesem gesehen nie für das gleiche & nur in die andere Richtung gedrehte erklärte, sondern daß, um den Eindruck der genauen Umkehrung zu machen, das Profil in den Maßen etwas geändert werden müßte.
- Ms-126 17[1] Ich will doch sagen, man könne nicht sagen: wir mögen zwar über die korrekte Umkehrung, eines langen Wortes z.B., im Zweifel sein, aber wir *wissen*, daß das Wort nur *eine* Umkehrung hat.
- Ms-126 17[2] 'Ja, aber wenn es eine Umkehrung in *diesem* Sinne sein soll, dann kann es nur *eine* geben!' Heißt hier 'in diesem Sinne': nach diesen Regeln, oder: mit dieser Physiognomie. Im ersten Falle wäre der Satz tautologisch, im zweiten muß er nicht wahr sein.

Ms-125 75r[2] **51** Denk Dir eine Maschine, die 'so konstruiert ist', daß sie eine Buchstabenreihe umkehrt. Und nun den Satz, daß das Resultat im Falle

ABER

REBA ist. –

Ms-125 76r[2] & 76v[1] Die Regel, wie sie wirklich gemeint ist, scheint eine treibende Kraft zu sein, die eine ideale Reihe *so* umkehrt, – was immer ein Mensch mit einer wirklichen Reihe tun mag. Dieser ist also der Mechanismus, der für den wirklichen als Maßstab, als Ideal zu gelten hat.

Ms-125 76v[2] & 77r[1] Und das ist verständlich. Denn wird das Resultat der Umkehrung zum Kriterium dafür daß die Reihe wirklich umgekehrt wurde, & drücken wir dies so aus, daß wir es einer idealen Maschine nachtun, so muß diese Maschine *unfehlbar* dies Resultat erzeugen.

Ms-125 77r[2] **52** Kann man nun sagen: daß die Begriffe, die die Math. schafft, eine Bequemlichkeit sind, daß es, wesentlich auch, ohne sie ginge?

Ms-125 77r[3] Zuvörderst drückt die Annahme dieser Begriffe die *sichere* Erwartung gewisser Erfahrungen aus.

Ms-125 77v[1] Wir *nehmen es z.B. nicht hin*, daß eine Multiplikation nicht jedesmal das gleiche Resultat ergibt.

Ms-125 77v[2] Und was wir mit Sicherheit erwarten, ist für unser ganzes Leben wesentlich.

Ms-125  
77v[3] &  
78r[1] **53** Warum soll ich aber dann nicht sagen, daß die math. Sätze eben jene bestimmten Erwartungen, d.h. also Erfahrungen ausdrücken? Nur weil sie es eben nicht tun. Die Annahme eines Begriffes ist eine Maßregel die ich vielleicht nicht ergreifen würde, wenn ich nicht das Eintreten gewisser Tatsachen mit Bestimmtheit erwartete; aber darum ist die Festsetzung dieses Maßes nicht äquivalent mit dem Aussprechen der Erwartungen.

Ms-125  
78r[2] &  
78v[1] &  
79r[1] **54** Es ist schwer den Tatsachenkörper auf die richtige Fläche zu stellen: das Gegebene als gegeben zu betrachten. Es ist schwer den Körper anders aufzustellen als man gewohnt ist, ihn zu sehen. Ein Tisch in einer Rumpelkammer mag immer auf der Tischplatte liegen, aus Gründen der Raumersparnis, etwa So habe ich den Tatsachenkörper immer *so* aufgestellt gesehen, aus mancherlei Gründen; & nun soll ich etwas anderes als seinen Anfang & etwas anderes als sein Ende ansehen. Das ist schwer. Er will gleichsam nicht so stehen, es sei denn daß man ihn in dieser Lage durch andere Vorrichtungen unterstützt.

Ms-127  
81[3] **55** Es ist *eines* eine mathem. Technik zu gebrauchen, die darin besteht, den Widerspruch zu vermeiden, & ein anderes gegen den Widerspruch in der Mathematik überhaupt zu philosophieren.

Ms-127  
83[2] **56** Der Widerspruch. Warum grad dieses *eine* Gespenst? Das ist doch sehr verdächtig.

Ms-127 83[3] Warum sollte eine Rechnung zu einem praktischen Zweck angestellt die einen Widerspruch ergibt mir nicht sagen: "Tu wie Dir's beliebt, ich die Rechnung entscheide darüber nicht."?

Ms-127 83[4] Der Widerspruch könnte als Wink der Götter aufgefaßt werden, daß ich handeln soll & *nicht* überlegen.

Ms-127 **57** 04.03.1944

80[3] &  
81[1]

"Warum soll es in der Mathematik keinen Widerspruch geben dürfen?" – Nun, warum darf es in unsern einfachen Sprachspielen keinen geben? (Da besteht doch gewiß ein Zusammenhang.) Ist das also ein Grundgesetz, das alle denkbaren Sprachspiele beherrscht?

Ms-127 81[2] Angenommen ein Widerspruch in einem Befehl z.B. bewirkt Staunen & Unentschlossenheit – & nun sagen wir: das eben ist der Zweck des Widerspruchs in diesem Sprachspiel.

Ms-127 **58** Einer kommt zu Leuten & sagt: "Ich lüge immer". Sie antworten: "Nun, dann können wir dir trauen!". – Aber konnte *er* meinen, was er sagte? Und warum nicht? Gibt es nicht ein Gefühl, man sei unfähig etwas wirklich Wahres zu sagen; sei es was immer. –

Ms-127 89[2] "Ich lüge immer!" – Nun, & wie war's mit diesem Satz? – "Der war auch gelogen!" – Aber dann lügst du also nicht immer! – "Doch, alles ist gelogen!" Wir würden vielleicht von diesem Menschen sagen, er meint mit "wahr" & mit "lügen" nicht dasselbe was wir meinen. Er meine etwa, alles, was er sage, flimmere; oder nichts komme wirklich vom Herzen.

- Ms-127 89[3] & 90[1] Man könnte auch sagen: sein "ich lüge immer" war eigentlich keine *Behauptung*. Eher war es ein Ausruf.
- Ms-127 90[2] Man kann also sagen: "Wenn er jenen Satz nicht ohne Gedanken aussprach, – so mußte er die Worte so & so meinen, er *konnte* sie nicht auf die gewöhnliche Weise meinen"? aussprechen"?
- Ms-125 67r[2] & 67v[1] **59** Warum sollte man den Russellschen Widerspruch nicht als etwas Überpropositionales auffassen, etwas das über den Sätzen thront & nach beiden Seiten (wie ein Januskopf) schaut. N.B.: der Satz  $F(F)$  – in welchem  $F(\xi) = \sim\xi(\xi)$  – enthält keine Variablen & könnte also als etwas Überlogisches, als etwas Unangreifbares, dessen Verneinung nur wieder es selber aussagt, gelten. Ja könnte man nicht sogar die Logik mit diesem Widerspruch anfangen? Und von ihm gleichsam zu den Sätzen niedersteigen.
- Ms-125 68r[1] Der sich selbst widersprechende Satz stünde wie ein Denkmal (mit einem Januskopf) über den Sätzen der Logik.
- Ms-121 74v[2] & 75r[1] **60** Nicht das ist ein Unglück, einen Widerspruch zu erzeugen in der Region, in der weder der widerspruchsfreie noch der widerspruchsvolle Satz eine Arbeit zu leisten hat; wohl aber das, nicht zu wissen, wo man in diese Region eingetreten ist wo der Widerspruch nicht mehr schadet.